Academiejaar 2010-2011

2e zittijd, 22 augustus 2011

THEORIE 1

Gegeven zijn de Maxwellvergelijkingen en constitutieve wetten:

$$\left\{\begin{aligned} \nabla\cdot\mathbf{D} &= \rho\,,\\ \nabla\cdot\mathbf{B} &= 0\,,\\ \nabla\times\mathbf{E} &= -\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}\,,\\ \nabla\times\mathbf{H} &= \frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t}+\mathbf{J}\,,\end{aligned}\right. \qquad , \qquad \left\{\begin{aligned}\mathbf{D} &= \varepsilon\mathbf{E}\,,\\ \mathbf{B} &= \mu\mathbf{H}\,.\end{aligned}\right.$$

(i) Hoe voer je de scalaire en vectorpotentiaal in?

(ii) Leid de vergelijking(en) af waaraan deze potentialen moeten voldoen. Voer, indien nodig, het begrip ijktrans (en bespreek) om deze vergelijkingen te vereenvoudigen.

(iii) Gegeven de zogenaamde d'Alembert vergelijking,

$$\Box G(\mathbf{r},t;\mathbf{r}',t') = -\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}')\delta(t-t'), \qquad \Box = \nabla^2 - \varepsilon\mu\frac{\partial^2}{\partial t^2}\,,$$

bespreek dan hoe je deze oplost m.b.v. een Greense functie methode. Het kan nuttig zijn aan te tonen dat

$$g(R,T) = \frac{F_1\left(\frac{R}{c}-T\right)}{R} + \frac{F_2\left(\frac{R}{c}+T\right)}{R}\,,$$

met $F_{1,2}(\ldots)$ 2 willekeurige functies, voldoet aan $\Box g(R,T) = 0$. Bewijs daartoe eventueel ook

$$\frac{1}{R^2}\frac{\partial}{\partial R}\left(R^2\frac{\partial}{\partial R}f\right) = \frac{1}{R}\frac{\partial^2}{\partial R^2}(Rf)\,, \qquad \forall f \text{ functie van } R\,.$$

Leg elke stap die je zet zo goed mogelijk uit!

THEORIE 2

De mechanische vermogensdichtheid voor een continue ladingsverdeling is gegeven door[1]

$$\wp = \mathbf{J}\cdot\mathbf{E}.$$

De bewegingsvergelijking voor zo'n ladingsverdeling is

$$\frac{d\mathbf{P}_{\text{mech}}}{dt} = \int_{\mathcal{V}} (\rho\mathbf{E} + \mathbf{J}\times\mathbf{B})\, d^3\mathbf{r},$$

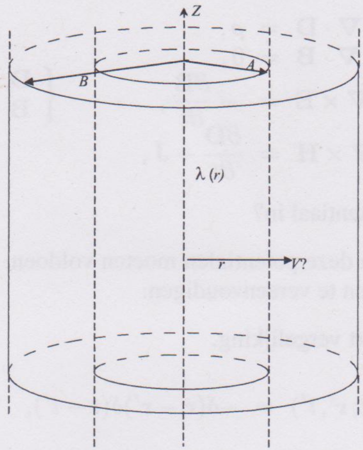
met in het linkerlid de mechanische impuls van de ladingsverdeling, en in het rechterlid de totale Lorentzkracht die e

Leid dan de stelling van Poynting i.v.m. energiebehoud af, en bespreek vervolgens het behoud van impuls. Gee uitleg bij wat je doet!

Beschouw een oneindig lange cilinder met straal A waarbinnen zich een ladingsverdeling λ, in gepaste eenheden gegeven doo

$$\lambda = \frac{1}{(r\,\ln r)^2}\,, \qquad \text{met } r \text{ de afstand tot de cilinderas}\,,$$

bevindt. Coaxiaal met deze cilinder ligt een cilindermantel met straal B ($B > A$) waarop een constante elektrische potentia V_B aanwezig is, zoals aangeduid in onderstaande figuur. De diëlektrische constante is overal gelijk aan ε.



Bepaal nu in elk punt van de ruimte de elektrische potentiaal V.

OEFENING 2

Beschouw het (oneindig uitgestrekt) (x, y)-vlak dat een uniforme ladingsdichtheid σ draagt voor $t > 0$, terwijl er geen l dingsverdeling aanwezig is voor $t < 0$. Anders gezegd, op het tijdstip $t = 0$ "springt" de ladingsverdeling "aan". Buiten h vlak vind je een vacuüm, met constanten ε_0 and μ_0.

(i) Bepaal de potentiaal V voor een willekeurig punt op de z-as op elk mogelijk tijdstip $t > 0$.