

Dynamica 7

Beschouw een sferische gaswolk waar een magnetisch veld $\vec{B}$ doorheen loopt. In de cursus hebben we het viriaaltheorema uitgewerkt voor een gaswolk onderhevig aan haar eigen zwaartekracht (gekwantificeerd met behulp van de potentiële energie $\mathcal{E}_{\text{pot}}$), interne bulkbewegingen (gekwantificeerd met behulp van de kinetische energie $\mathcal{E}_{\text{kin}}$), en microscopische deeltjesbewegingen (gekwantificeerd met behulp van de druk p). We wensen het daar afgeleide viriaaltheorema uit te breiden voor het geval van een gemagnetiseerde wolk.

Gezien het veld ingevroren zit in het gas (en dus bij de vorming van de wolk sterk is samengedrukt) mag je in wat volgt aannemen dat het magnetisch veld *binnen* de wolk veel sterker is dan *buiten* de wolk. Dat laat je toe om integralen van het magnetisch veld over het *oppervlak* van de wolk te verwaarlozen ten opzicht van integralen van het magnetisch veld over het *volume* van de wolk.

1. Toon aan dat de tweede-orde tijdsafgeleide van het inertiaalmoment uitbreidt tot

$$\frac{1}{2} \frac{D^2 J}{Dt^2} = 2\mathcal{E}_{\text{kin}} + \mathcal{E}_{\text{pot}} + 3 \int_V p dV - 3p_{\text{ext}} V + \frac{1}{2\mu_0} \int_V B^2 dV. \quad (30)$$

Het viriaaltheorema volgt dan door het langetermijngemiddelde hiervan gelijk aan nul te stellen.

Is het magnetisch veld een stabiliserende of een destabiliserende factor (en waarom)?

Tip: toon eerst en vooral aan dat, als zoals hier de oppervlakteterm verwaarloosbaar is, de viriaal gelijk is aan

$$\int_V \vec{r} \cdot \vec{f} dV = - \int_V \text{Tr}(\mathbf{T}) dV \quad (31)$$

met $\mathbf{T}$ de spanningstensor en “Tr” het spoor (som van de diagonaalelementen) van een matrix. Vul dan de spanningstensor van een magnetisch veld in.

2. Vereenvoudig de laatste term in dit uitgebreide viriaaltheorema door het magnetisch veld homogeen doorheen de gaswolk te veronderstellen en de gaswolk (uiteeraard) als sferisch symmetrisch te benaderen.
3. Gezien de fluxdichtheid constant moet blijven tijdens de evolutie van de wolk mag je aannemen dat $B \propto R^{-2}$.
Stel dat de magnetische veldsterkte B_0 is als de wolk een straal R_0 heeft en dat de veldsterkte B is als de wolk krimpt of uitzet tot straal R . Elimineer uit je voorgaande resultaat dan B in termen van B_0 , R_0 en R . We veronderstellen dat B_0 en R_0 gekende “referentiewaarden” zijn.
4. Stel dat bulkbewegingen en druk verwaarloosbaar zijn ten opzichte van de magnetische en gravitationele termen in het viriaaltheorema. Voor een homogene wolk met straal R en massa M is de gravitationele potentiële energie

$$\mathcal{E}_{\text{pot}} = -\frac{3}{5} \frac{GM^2}{R} \quad (32)$$

met G de zwaartekrachtconstante.

Hoe verhouden massa M , straal R_0 en veldsterkte B_0 zich dan als de wolk in evenwicht is?

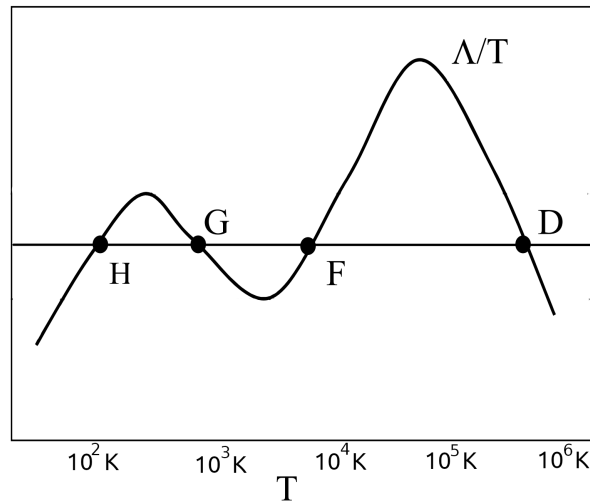
ISM 7

Het tempo van **koeling door lijnemissie** in het interstellaire gas kan doorgaans geschreven worden als het product van het kwadraat van de waterstofdichtheid en een temperatuursafhankelijke functie (dus als $n_H^2 \Lambda(T)$). Het tempo waaraan het interstellaire gas wordt **verhit** door allerlei processen is vaak evenredig met de dichtheid (dus $n_H G$ met een constante factor G). De functie $L(n_H, T) = n_H^2 \Lambda(T) - n_H G$ meet dan de balans tussen koeling en verhitting, met netto koeling als $L > 0$, netto verhitting als $L < 0$ en evenwicht als $L = 0$.

Het interstellair gas is bovendien in **drukevenwicht**: overal heeft $P = n_H k T$ dezelfde waarde. Dit impliceert dat $n_H \propto 1/T$. De voorwaarde dat koeling en verhitting in evenwicht zijn ($L = 0$) vertaalt zich dan in

$$\frac{\Lambda(T)}{T} = \frac{kG}{P} = \text{constante.} \quad (33)$$

In bovenstaande grafiek is $\Lambda(T)/T$ afgebeeld; de horizontale lijn geeft de waarde van kG/P aan. Beide zijn aan elkaar gelijk in



in het algemeen vier punten: H , G , F en D . Dat zijn 4 temperaturen/dichtheden waarbij koeling en verhitting elkaar in evenwicht houden.

Slechts 2 van deze 4 evenwichtspunten zijn **stabiel** in de zin dat als je een wolk bij die druk/temperatuur een klein beetje samendrukt (in **drukevenwicht** met haar omgeving!) ze vanzelf weer gaat uitzetten.

1. Gebruik deze figuur om te beredeneren welke de 2 evenwichtspunten zijn.
2. Met welke in de cursus geziene componenten van het neutrale interstellair medium komen deze overeen?