Naam: ……..

Golven en optica, Richtlijnen bij het examen – juni 2019

De duur van het examen is 4u (Buiten coronatijd! Dit jaar wordt het natuurlijk 3u, de voorbeeldvragen zijn berekend op 4u examenduur). Er zijn 2 theorievragen en 2 oefeningen (dat zal normaal gezien zo blijven). Elke vraag heeft deelvragen en de punten per deelvraag zijn aangegeven. De extra informatie die u bij de oefeningen mag gebruiken mag u enkel bij u hebben als u ALLES wat met het theoriegedeelte te maken heeft, hebt ingediend: opgaven, antwoordbladen en OOK eventueel gemaakt klad. Wat u niet bij de theorie hebt ingediend kan niet worden gequoteerd. Zolang u het gekleurde opgaveblad voor theorie niet hebt ingediend, MAG U DE EXTRA DOCUMENTATIE VOOR DE OEFENINGEN (syllabus, rekenmachine) NIET BIJ U HEBBEN!

Deel uw tijd wijs in. Veel succes.

Voor de start van het examen – regeling vorig jaar! Wordt aangepast aan Coronamaatregelen!

SCHAKEL GSM/Smartphone/Smartwatch/… (elektronische communicatiemiddelen) UIT EN HOUD DIE NIET BIJ U OP HET EXAMEN. Plaats alle materiaal dat u niet mag bij u hebben (jassen, tassen, GSM, cursus, rekenmachine) vooraan in het auditorium, en kom een geruit dubbel blad met uw naam ophalen (dit is ook een antwoordblad!). Bij het eerste deel van het examen mag u enkel schrijf- en tekengerei, en iets te eten en/of te drinken bij hebben. Bij het eerste deel van het examen mag er GEEN REKENMACHINE gebruikt worden. Tijdens het volledige examen mag het formularium gebruikt worden dat op uw plaats ligt. SCHRIJF HIER NIET OP A.U.B., dit wordt gerecycleerd!

CHECK OF U PAPIER, SCHRIJF- EN TEKENGEREI, EEN FORMULARIUM BIJ U HEBT, EN NIETS WAT NIET TOEGELATEN IS!

Tijdens het examen – dit is de regeling vorig jaar, het principe blijft hetzelfde, maar dit jaar zult u wellicht op uw plaats moeten blijven zitten!

U hebt 4 dubbele geruite bladen: NEEM VOOR ELKE VRAAG EEN APART DUBBEL BLAD ! Schrijf op elk van deze bladen uw naam! Schrijf ook uw naam op elk van beide vragenbladen (vooraan of achteraan, of beide).

Het examen is SCHRIFTELIJK, u kunt niet verder mondeling toelichten. Lees de vragen goed, verklaar in uw antwoorden de symbolen die u gebruikt (en niet in de vragen gedefinieerd zijn), verantwoord tussenstappen in redeneringen, maak duidelijke figuren, ... Dit geldt voor de theorie en de oefeningen. Bij de oefeningen wordt niet alleen op eindresultaat maar ook op methode gequoteerd. Maakt in uw antwoorden ook duidelijk HOE u de oefeningen oplost.

Klaar met theorie? Dien dan de twee theorievragen in, samen met alle klad en het GEKLEURDE BLAD MET THEORIEVRAGEN. Daarna mag u het toegelaten cursusmateriaal en uw rekenmachine nemen, laten controleren en beginnen met (of verder werken aan) de oefeningen.

Als u met de oefeningen klaar bent, dien dan de antwoordbladen, klad en vragen voor de oefeningen in. Dien ook het formularium en alle lege (klad) bladen die u nog zou hebben in.

Voor toiletgebruik tijdens het examen: steek uw hand op, vraag aan iemand die toezicht houdt en ga enkel als u toestemming krijgt.

Extra papier nodig? Vraag dit aan een persoon die toezicht houdt.

Naam: ………..

Ter info: zo zagen de instructies er vorig jaar uit

Examen Golven en optica, AJ 2019-2020, 29/06/2020 8:30-11:30

Instructies bij het examen

Onthoud:

Het examen is schriftelijk. Je kunt niet mondeling toelichten. Wees dus volledig in je antwoorden, verantwoord tussenstappen, geef aan welke formules/benaderingen je gebruikt en waarom die geldig zijn.

De antwoorden op de theorievragen moeten ingediend worden voor je je cursus mag gebruiken voor de oefeningen.

De vragen worden door verschillende personen verbeterd: maak alle vragen op bundeltjes die je apart kunt indienen en dien je vragen in de juiste doos in.

Concrete instructies:

1) Leg jas en tas onder je stoel. <u>Schakel gsm, smartphone uit</u> en steek ze in je tas onder je stoel. Ook alle andere communicatiemiddelen (smart watch, ...) horen in je tas (onder je stoel). Leg alleen schijf- en tekengerei op de tafel die je toegewezen krijgt (en iets te drinken). Haal je cursus en rekenmachine al klaar uit je tas en leg die onder je stoel. Leg ook je studentenkaart zichtbaar op je tafel.
2) Het theoriegedeelte van het examen is gesloten boek en zonder rekenmachine. Houd daarom je cursus en rekenmachine onder je stoel tot je je antwoorden (klad+net+ opgaveblad, *maak duidelijk wat klad en net is*) op de theorievragen hebt ingediend.
3) Als je de antwoorden op de theorievragen wil indienen, steek dan je gekleurde opgaveblad omhoog. Dan komt een toezichter met een doos langs om je theorievragen (vragenblad + antwoordbladen + klad) op te halen. Steek alles in 1 dubbel blad.
4) Je mag dus enkel je cursus en je rekenmachine op je tafel liggen hebben als je geen gekleurd opgavenblad voor de theorievragen meer bij je hebt. Toezichters zullen hier heel strikt op toezien!
5) <u>Maak alle vragen op aparte dubbele geruite bladen (aangevuld met witte bladen, indien nodig) en dien ze in de juiste doos in. Dien alles (net + klad + opgaven) in. Schrijf op elk antwoordblad dat je indient je naam (niet op formularium en blad met constanten a.u.b.). Maak duidelijk wat klad en wat net is.</u>
6) Als je helemaal klaar bent, kom je alles indienen in de doos voor oefeningen (opgave + net+klad+formularium+blad met constanten). Je tekent dan ook de aanwezigheidslijst af.

Het examen neemt in totaal 3u in beslag (4u voor studenten met bijzonder statuut). Deel je tijd wijs in.

Heel veel wijsheid en veel succes!

Naam: …….

THEORIEVRAAG 1

Een vlakke elektromagnetische golf met elektrische veldcomponent

$$\vec{E}_i(\vec{r},t) = E_{i,0}\vec{e}_{E,i}\sin\left(\vec{k}_i\cdot\vec{r}-\omega t\right)$$

valt in op het vlakke scheidingsoppervlak tussen twee lineaire, isotrope, homogene en niet-magnetische ($\mu_r = 1$) materialen, met brekingsindices $n_1 = \sqrt{\epsilon_{r,1}}$ en $n_2 = \sqrt{\epsilon_{r,2}}$.
Hierbij ontstaat een doorgelaten golf in het tweede medium

$$\vec{E}_2(\vec{r},t) = E_{2,0}\vec{e}_{E,2}\sin\left(\vec{k}_2\cdot\vec{r}-\omega t\right)$$

en een gereflecteerde golf in het eerste medium

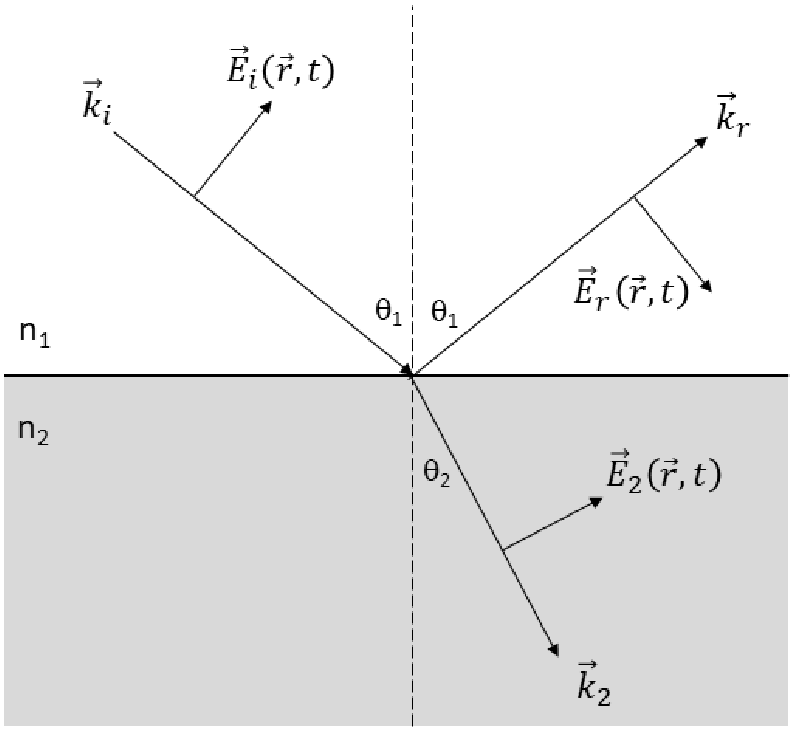
$$\vec{E}_r(\vec{r},t) = E_{r,0}\vec{e}_{E,r}\sin\left(\vec{k}_r\cdot\vec{r}-\omega t\right).$$

Al deze golven zijn lineair gepolariseerd in het invalsvlak, zoals aangegeven in onderstaande figuur. Verder mag ook als gegeven worden beschouwd dat $\theta_i = \theta_r = \theta_1$ (de reflectiewet).

a) Geef de richting en de zin van de magnetische inductiecomponent $\vec{B}$ van deze drie golven aan op de figuur, verwoord ook hoe deze componenten gericht zijn en hoe groot ze zijn. Verklaar je antwoord, je hoeft hierbij <u>niets te bewijzen</u>. (/1.0)

b) Formuleer en bewijs de wet van Snel voor deze golf. Formuleer ook het principe dat (of de principes die) je hierbij gebruikt. (/1.5)

c) Bereken de transmissiecoëfficiënt $T = E_{2,0}/E_{i,0}$. Leg de uitgangspunten en tussenstappen duidelijk uit. (/2.5)



Naam: ……….

Principe Oplossing Theorievraag 1 (niet volledig uitgewerkt, hier en daar wordt naar cursus verwezen)

a) Uitgangspunten: Vlakke EM golven zijn transversaal, $\vec{k}$, $\vec{E}$ en $\vec{B}$ definiëren een orthogonaal rechtshandig assenkruis, en E/B is de golfsnelheid in het medium. Hieruit volgt dat alle $\vec{B}$ componenten loodrecht op het vlak van de tekening staan, $\vec{B}_i$ en $\vec{B}_2$ zijn naar boven gericht en $\vec{B}_r$ naar onder (als het vlak van de figuur horizontaal is). $B_{i,0} = n_1 E_{i,0}/c$, $B_{r,0} = n_1 E_{r,0}/c$ en $B_{2,0} = n_2 E_{2,0}/c$.

b) De wet van Snel luidt

$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

met v_i de fasesnelheid van de golf in medium i. Die kan worden afgeleid uit

- Geometrische overwegingen / het principe van Huygens (secties 15.10-34.2 uit het handboek en 4.3.1 uit de aanvullingen)
- De eis dat randvoorwaarden aan het scheidingsoppervlak (een veldcomponent of een afgeleide ervan die continu moet blijven bij overgang tussen de twee media) in alle punten van dit vlak moeten gelden, leidt tot de conclusie dat de fase in de drie golven gelijk moet zijn (4.3.2 uit de aanvullingen)
- Het principe van Fermat (4.3.6).

Een consistent en goed geargumenteerd bewijs volgens een van deze drie principes is OK.

c) Uit sectie 4.3.5. Gevraagd wordt hier de Fresnelrelatie voor T_π (deze relatie staat in het formularium, ter controle van de berekeningen). Deze relatie wordt afgeleid door randvoorwaarden op $\vec{E}$ en $\vec{B}$ op te leggen aan het scheidingsoppervlak. Ook deze randvoorwaarden zijn in het formularium terug te vinden. Voor het geval van π polarisatie (in het invalsvlak) zijn deze randvoorwaarden

- De tangentiële component van $\vec{E}$ is continu

$$E_{\pi,i}\cos\theta_1 + E_{\pi,r}\cos\theta_1 = E_{\pi,2}\cos\theta_2$$

- De normale component van $\vec{D} = \epsilon_0\epsilon_r\vec{E}$ is continu

$$n_1^2 E_{\pi,i}\sin\theta_1 - n_1^2 E_{\pi,r}\sin\theta_1 = n_2^2 E_{\pi,2}\sin\theta_2$$

- De tangentiële component van $\vec{H} = n\vec{E}/c\mu_0$ is continu

$$n_1 E_{\pi,i} - n_1 E_{\pi,r} = n_2 E_{\pi,2}$$

Dit levert drie vergelijkingen voor maar twee onbekenden, maar de tweede en de derde vergelijking zijn wegens de wet van Snel equivalent met elkaar. Oplossen van vergelijkingen 1 en 3 levert een uitdrukking voor R_π en T_π, alleen T_π is gevraagd.

Naam: ……..

THEORIEVRAAG 2

Voor een gecollimeerde lichtbundel die loodrecht invalt op een buigingsrooster vind je de volgende intensiteitsverdeling op een scherm op grote afstand:

$$I = I_0 \left[\frac{\sin(\pi p \sin\theta/\lambda)}{\pi p \sin\theta/\lambda}\right]^2 \left[\frac{\sin(N\pi q \sin\theta/\lambda)}{\sin(\pi q \sin\theta/\lambda)}\right]^2$$

a) Wat is de betekenis van de parameters *p, q*, *N* en θ? Maak een schets ter verduidelijking en duid de symbolen aan. (/0.5)

b) Welke uitdrukking krijg je voor de intensiteit *I* bij θ = 0° en wat is de betekenis hiervan? (/0.5)

c) Wat betekent de orde *n* van het diffractiepatroon? Bepaal hiervoor een uitdrukking. (/0.5)

d) Veronderstel dat het maximum van tweede orde waargenomen wordt bij een hoek θ van 60°. Verklaar waarom bijgevolg het maximum van derde orde niet waargenomen kan worden. (/0.5)

e) Veronderstel dat het maximum van eerste orde waargenomen wordt onder een hoek $\theta =$ 15°. Waaraan moeten *p* en *q* voldoen zodat de waargenomen intensiteit nul is op de berekende positie van het maximum van tweede orde? (/0.5)

f) Toon aan dat het scheidend vermogen van een rooster ($R = \lambda/\Delta\lambda$) gegeven wordt door $R = Nn$. Leg duidelijk uit waarom je bepaalde veronderstellingen maakt in je afleiding. (/2.5)

Naam: …….

Principe oplossing Theorievraag 2

Opgelet: In het boek wordt gewerkt met d en D, in AF met a en b. De volgorde van de interferentie- en buigingsterm in de uitdrukking is omgewisseld.

a) p: hoort bij de buigingsterm, en is de breedte van een individuele opening; q: hoort bij de interferentieterm, en is de afstand tussen twee openingen. N: het aantal openingen; theta: de hoek waaronder je kijkt, op grote afstand, ten opzichte van de invalsrichting van de lichtbundel (en dus ook de normaal op het rooster)

b) Bij theta gelijk aan 0° is I = I_0 N², wat gevonden wordt door de sin x te ontwikkelen als x + HOT. De afstand van dit punt op het scherm tot aan het rooster is gelijk voor alle openingen (in de benadering op grote afstand), waardoor alle golven in fase toekomen, en dus mekaar versterken.

c) Orde n is het n-de maximum van de interferentiebijdrage, geteld vanaf het centrale maximum (met n = 0). De uitdrukking is \pi q \sin \theta / lambda = n \pi (met n een geheel getal), of n \lambda = q \sin \theta.

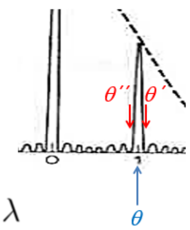
d) Als n = 2 bij 60° valt, dan is \lambda / q = 0,433. Voor n = 3 moeten we dan de hoek zoeken waarvoor \sin \theta = 3 x 0,433 > 1. Hier kan dus geen hoek voor gevonden worden.

e) Dit is mogelijk wanneer het interferentiemaximum voor n = 2 een minimum is voor de buiging. Deze minima treden op wanneer p \sin \theta = n' \lambda. Op basis van het interferentiemaximum vinden we 2 \lambda = q \sin \theta. Dus wanneer p/q = n'/2 of p = q n' / 2. Nu moet ook p < q. Dus voor n' = 1: p = q/2, voor n' = 2: p = q; deze situatie kan niet meer, dus bijgevolg moet p = q/2.

f) Afleiding zoals in de cursus, of zoals in het boek (met d = q)

Wanneer kunnen twee verschillende golflengtes apart gedetecteerd worden?

Hoofdmaximum voor ene golflengte valt op eerste minimum voor andere golflengte.



Dit bepaalt het *scheidend vermogen:* $R = \dfrac{\lambda}{\Delta\lambda}$

Intensiteitsmaxima voor de interferentiebijdrage bij $\sin\theta = \dfrac{m\lambda}{d}, \quad m = 0, 1, 2, \cdots$

Variatie in de golflengte (= dispersie) levert $\cos\theta\Delta\theta = m\dfrac{\Delta\lambda}{d}$

Voor eerste minimum links en rechts van dit maximum, evalueren we de teller voor de interferentiebijdrage:

$$\frac{N\pi d\sin\theta}{\lambda} = (Nm \pm 1)\pi \quad \text{, of nog} \quad \sin\theta = \frac{Nm \pm 1}{N}\frac{\lambda}{d}$$

Voor de twee hoeken θ´ en θ´´ horend bij deze minima vinden we

$$\sin\theta' - \sin\theta'' = \frac{2\lambda}{Nd}$$

Naam: ………..

$$\sin\frac{1}{2}(\theta' - \theta'')\cos\frac{1}{2}(\theta' + \theta'') = \frac{\lambda}{Nd}$$

$$\sin\frac{1}{2}(\theta' - \theta'') \approx \frac{1}{2}(\theta' - \theta''), \quad \cos\frac{1}{2}(\theta' + \theta'') \approx \cos\theta$$

$$\Delta\theta\cos\theta = \frac{\lambda}{Nd}$$

Samen met de dispersierelatie $\cos\theta\Delta\theta = m\frac{\Delta\lambda}{d}$ **vinden we** $\frac{\lambda}{N} = m\Delta\lambda$

Hiermee wordt het resolverend vermogen: $R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = Nm$

Scheidend vermogen is groter voor meer lijnen en voor hogere orde.
Onafhankelijk van grootte rooster en afstand tussen de lijnen

Naam: ……..

OEFENING 1

Een heel eenvoudig blaasinstrument in een optocht heeft een luchtkolom met een open en een gesloten uiteinde. Bij 20°C produceert het een grondtoon van 165 Hz.

a) Bepaal de lengte van de kolom van dit blaasinstrument. Bepaal ook de frequentie van de eerste twee boventonen van dit instrument. (/0.5)
b) Dit instrument trok ook in de winter mee in de optocht bij een buitentemperatuur van 5°C. Bepaal de grondfrequentie van het instrument onder die omstandigheden. (/0.5)

Voor de rest van de oefening mag opnieuw met de grondtoon van het blaasinstrument bij 20°C gewerkt worden (165 Hz). Je mag er ook vanuit gaan dat het instrument in het midden van de optocht is opgesteld (in het midden van de breedte van de weg die de optocht volgt).

c) De optocht verplaatst zich met een snelheid van 4 km/u in een rechte straat naar het kruispunt met een voorrangsweg toe. In deze tweerichtingsstraat, die de straat waarin de optocht zich bevindt op grote afstand van de optocht snijdt onder een hoek van 60° (snijden onder 90° betekent dat de straten loodrecht op elkaar staan), geldt een snelheidsbeperking van 50 km/u. Voertuigen in deze straat horen het instrument enkel als ze op het kruispunt zijn. Bepaal de maximale en de minimale grondfrequentie die chauffeurs die zich aan de snelheidslimiet houden horen van dit instrument. (/2)
d) De optocht draait een 3 m brede straat in met aaneengesloten hoge bebouwing. De muren van de gebouwen mogen als perfect reflecterende harde wanden worden beschouwd (scheidingsvlak tussen het "ijle medium" lucht en het "dichte medium" muur). Een toeschouwer die op 10 m van waar de optocht de straat binnentreedt in het midden van de straat staat (op 1.5 m van beide muren dus), hoort naarmate de optocht nadert modulaties in de geluidsterkte, omdat het geluid hem niet alleen rechtstreeks bereikt, maar ook na reflectie op de muren. De optocht houdt halt op de verste afstand van de waarnemer in die straat, waarvoor het rechtstreekse geluid van het blaasinstrument en het geluid na één reflectie op de muren op de plaats van de waarnemer elkaar maximaal versterken. Bepaal die afstand. Schets de situatie. (/2)

Naam: ………..

Oefening 1

Oefening 1

a) grondtoon van een luchtkolom met open en gesloten uiteinde :

$$l = \frac{\lambda}{4} = \frac{v_{geluid}}{4 f_{grond}} = \frac{343{,}1 \text{ m/s}}{4 \times 165 \text{ 1/s}} = 0{,}520 \text{ m}$$

1e boventoon : $l = \frac{3\lambda}{4} \Rightarrow f = 3 f_{grond} = 495 \text{ Hz}$

2e boventoon : $l = \frac{5\lambda}{4} \Rightarrow f = 5 f_{grond} = 825 \text{ Hz}$

---

b) $T = 5^{\circ C} = 278{,}15 \text{ K}$

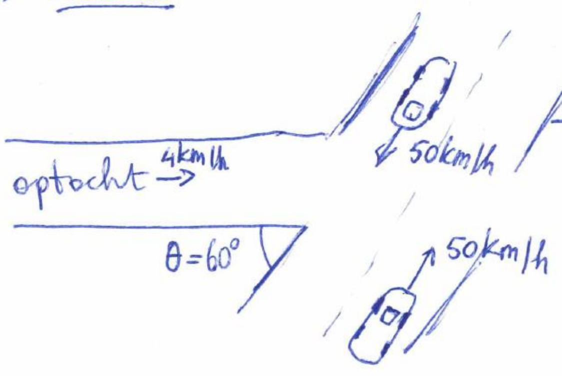
$v_{geluid} = 334{,}2 \text{ m/s}$ (334,0 m/s volgens lineaire vgl)

$f_{grond} = 160{,}7 \text{ Hz}$

$,6 \text{ Hz}$

---

c) Situatie



→ rijden naar optocht toe : frequentieverhoging

→ verwijderen zich van de optocht : lagere freq!

Naam: ………..

c) verwdg

$$f_{waargenomen} = f_{uitgezonden} \frac{1 + \frac{\overset{\pm 50 km/h}{\uparrow}\ v_{waarn.} * \cos\theta}{v_{geluid}}}{1 - \frac{v_{bron} \longrightarrow 4 km/h}{v_{geluid}}}$$

$v_{geluid} = 343{,}1$ m/s

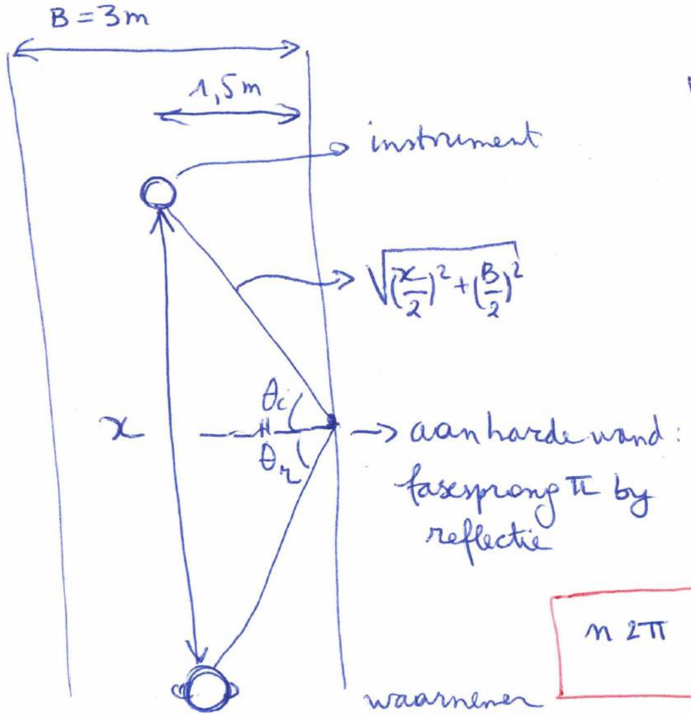
$v_{bron} = 1{,}11$ m/s

$v_{waarn} \cos\theta = 6{,}94$ m/s

$f_{waargen.\ max} = 168{,}8 Hz = 169 Hz$

$f_{waargen.\ min} = 162{,}2 Hz \cong 162 Hz$

d) Situatieschets



Waargenomen geluid rechtstreeks en 1x gereflecteerd versterken elkaar maximaal, als ze met dezelfde fase bij de waarnemer toekomen!

$$\boxed{n\, 2\pi = \pi + \left(2\sqrt{\left(\tfrac{x}{2}\right)^2 + \left(\tfrac{B}{2}\right)^2} - x\right)\frac{2\pi}{\lambda}}$$

Naam: ………..

d) vervolg

$$\underbrace{(n-\tfrac{1}{2})\lambda = 2\sqrt{\left(\tfrac{x}{2}\right)^2+\left(\tfrac{B}{2}\right)^2} - x}$$

op grootste afstand is ΔWL
het kleinst, dus we zijn op
zoek naar situatie waarbij $n=1$

$$\frac{\lambda}{2} = 2\sqrt{\left(\tfrac{x}{2}\right)^2+\left(\tfrac{B}{2}\right)^2} - x$$

$$\Rightarrow \quad x + \frac{\lambda}{2} = 2\sqrt{\left(\tfrac{x}{2}\right)^2+\left(\tfrac{B}{2}\right)^2}$$

$$\Rightarrow \quad \cancel{x^2} + \lambda x + \frac{\lambda^2}{4} = \cancel{x^2} + B^2$$

$$x = \frac{1}{\lambda}\left(B^2 - \frac{\lambda^2}{4}\right)$$

$$B^2 = 2\lambda x + \lambda^2$$

$$\Rightarrow x = \frac{B^2-\lambda^2}{2\lambda}$$

met gegevens ingevuld ($\lambda = 2{,}08$ m, zie deel a))
en $B = 3$ m

$$x = 3{,}81 \text{ m}$$

Als er ipv met $\lambda/2$ met λ wordt gewerkt (fasesprong π vergeten)

$$x = 1{,}12 \text{ m}$$

De fasesprong π bij reflectie aan een medium met hogere dichtheid (kleinere fasesnelheid) vergeten is natuurlijk wel FOUT, maar als dit het enige is wat er mis loopt in de oefening, krijg je daar toch nog punten voor.

Naam: ……..

OEFENING 2: Geometrische optica

Er zijn al heel wat voorbeelden van examenvragen in de oefeningenlessen gegeven.

Naam: ………..