Algebra 1 Examen 23-24 Theorie (1ste en 2de zit)

Roel.Vermet

Disclaimer: Dit zijn waarschijnlijk niet alle vragen. Dit zijn enkel de vragen die wij hebben verzameld! Dit zou echter wel een vrij representatief beeld moeten geven van het niveau van vragen.

1 Hoofdvragen

- Geef basically alle def/bewijzen/stellingen over de sectie van factorisatie in $\mathbf{Z}[x]$ en $\mathbf{Q}[x]$.
- Wat is een Euclidisch domein? Bewijs dat $\mathbf{Z}[i]$ een euclidisch domein is en dat elk euclidisch domein ook een PID is.
- Bewijs dat $A4$ de enige echte deelgroep is van $S4$, dat een groep van orde 12 een element van orde 6 heeft als het niet $A4$ is, en geef een korte schets van groepen van orde 12.
- Bewijs dat elke Sylow-p-deelgroep toegevoegd is aan elkaar.
- Wat is een vrij moduul? Toon aan dat M (M is vrij moduul) isomorf is met R^n voor een bepaalde n. Stel R een hoofdideaaldomein dan Toon aan dat een deelmoduul van een vijr R-moduul ook vrij is.
- Bewijs stelling 3.5.1. (Is een aantal keer gevraagd)
- Bewijs $Syl_p(G) \neq \emptyset$, d.w.z. G heeft minstens één Sylow p-deelgroep;
- Bewijs dat het aantal Sylow p-deelgroepen van G voldoet aan $n_p(G) \equiv 1 \pmod p$

2 Inzichtsvragen

- Bepaal het aantal Sylow-p-deelgroepen van S_{2p}, waarbij p een oneven priem is.
- Als een groep van orde p^3 niet-abels is, Bewijs dat $G \backslash Z(G)$ isomorf is met $C_p \times C_p$
- Hoeveel Sylow-2-deelgroepen heeft D_{1000}?

- Bepaal alle abelse groepen van orde 2024
- Stel$G = GL(2, F_p)$, waarbij F_p een veld is en p priem is, bewijs dat het aantal elementen van G gelijk is aan $p(p-1)(p-1)(p+1)$. Je krijg bij deze vraag ooknog een element uit G en je moest hierbij kunnen zeggen dat alle elementen behalve het triviaal element van een sylow-p-deelgroep eraan toegevoegd was.
- Geef een voorbeeld van een projectief moduul dat geen vrij moduul is.
- Geef een niet-nul priemideaal van $\mathbf{Q}[x, y, z]$ dat niet maximaal is en bewijs uitvoerig.
- Is C_{1004} isomorf met $C_2 \times C_{502}$? Verklaar. Is D_{1004} isomorf met $C_2 \times C_{502}$?
- Bepaal alle abelse deelgroepen van S_4.
- Toon aan dat een $\mathbf{C}[x]$ moduul van rang 1, equivalent is aan een aftelbaar oneindige vectorruimte met een shift operator. (Hint: Bekijk vectorruimte $\mathbf{C}[x]$
- Ontbind 2024 in irreducibele elementen van $\mathbf{Z}[i]$