

Naam :  
Nummer studentenkaart:  
2de Bachelor Fysica en Sterrenkunde

---

## Statistiek en Gegevensverwerking

---

Eerste zittijd 2022-2023

- Geef telkens een duidelijk en volledig antwoord. Leg goed uit welke stellingen, benaderingen,... worden gebruikt. Daarvoor mag je jouw toelichting met een afbeelding verduidelijken.
- Het gebruik van niet-verklaarde of niet-relevante begrippen zal ook negatief worden beoordeeld. Geef ook aan wanneer je inziet dat een resultaat verkeerd is, en leg zo goed mogelijk uit wat het probleem is.
- Voor de **theorie** is er geen cursusmateriaal of rekenmachine toegelaten. Leg alle spullen in een tas en plaats deze voorin het lokaal.
- Syllabus, slides, oefeningen+uitwerkingen en (grafische) rekenmachine zijn toegelaten zodra het theorie examen ingediend is.
- Dit opgaveblad moet aan het einde van het examen ingediend worden. Toon hierbij je studentenkaart.

### 1 Theorie

1. (4pt) – Veronderstel een waarschijnlijkheidsverdeling  $P(X; a_1, a_2)$  waarbij je probeert de grootheden  $a_1$  en  $a_2$  te schatten door een reeks van  $N$  metingen  $\{x_1, \dots, x_N\}$ .

- (a) Geef een volledige uitleg over het principe van de 3 voornaamste schattingsmethodes toegepast op de beschreven situatie. In het bijzonder, geef telkens de theoretische uitdrukking van de schatters  $\hat{a}_1$  en  $\hat{a}_2$  en hun mogelijke correlatie.
- (b) Wat zijn de voor- en nadelen van elke methode? Licht toe onder welke voorwaarden de ene of andere methode het meest aangewezen zou zijn.

2. (4pt) – De binomiale waarschijnlijkheidsverdeling wordt beschreven door de functie  $P(x; p, n) = p^x(1-p)^{n-x}C_x^n$ , met  $C_x^n = \frac{n!}{x!(n-x)!}$

- (a) Geef 2 voorbeelden van een binomiaal proces. Beschrijf hierbij  $x$ ,  $n$  en  $p$ .
- (b) Wat zijn de verwachtingswaarde en de variantie van de binomiale verdeling? Bewijs beiden.

## 2 Oefeningen

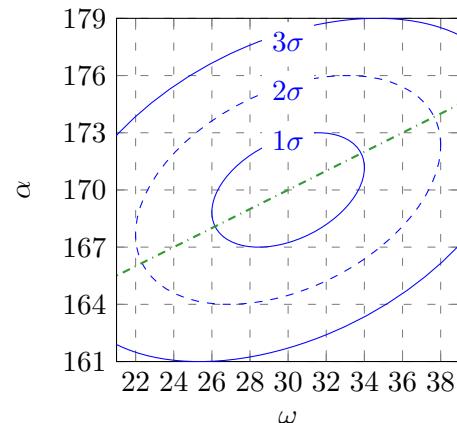
1. (4pt) – Vóór een mondeling examen laat de docent je tussen twee vragen A of B kiezen. Om je te helpen met het besluit, toont de docent je de slagingsresultaten van de voorgaande jaren, in functie van de gekozen vraag en de voorkeur van de betrokken studenten voor experimentele ofwel theoretische fysica.

geslaagd/afgelegd	Vraag A	Vraag B
Experimentele Fysica	15/17	30/43
Theoretische Fysica	28/55	14/29

- Moet je eventuele voorkeur voor experiment of theorie een invloed hebben op de keuze?
- Is een voorkeur voor experiment of theorie van invloed op de slagingskans?
- Wat is de kans dat een student een voorkeur heeft voor theorie als je weet dat het examen succesvol is afgelegd? Hoe verandert dit als je ook weet dat deze student vraag A heeft gekozen?

2. (4pt) – Na maanden van onderzoek bekom je een schatter van de parameter  $\omega$ , die een bestaande theorie kan bevestigen. Het vervelende is dat deze theorie enkel vermeld staat in een onduidelijke publicatie die de binormale verdeling toont van twee variabelen:  $\omega$  en een mysterieuze  $\alpha$ . (zie afbeelding)

- Geef alle informatie die je uit het gepubliceerde resultaat kunt trekken over de theoretische eigenschappen van  $\omega$  en  $\alpha$ : varianties, correlatie,...
- Je onderzoek geeft :  $\omega = 20.6$  met een meetfout  $\sigma_\omega = 0.8$ . Argumenteer waarom je de theorie wel of niet zou verwerpen?
- Je wil nu  $\alpha$  beginnen te onderzoeken. Welke waarde van  $\alpha$  verwacht je te vinden op basis van je meting van  $\omega$ ? En met welke onzekerheid?



3. (4pt) – Een studie van de luchtvervuiling door het meten van de hoeveelheid fijnstof in de dagelijkse regenval geeft deze data

(x) Dagelijkse regenval (mm)	4.3	4.5	5.9	5.6	6.1	5.2	3.8	2.1	7.5
(y) Hoeveelheid fijnstof ( $\mu\text{g}/\text{m}^3$ )	126	121	116	118	114	118	132	141	108

- Geef de vergelijking van de regressielijn om de fijnstof inhoud uit de dagelijkse regenval te voorspellen.
- Schat de hoeveelheid fijnstof wanneer de dagelijkse regenval 4.8 mm is.
- De Fisher-transformatie van de correlatiecoëfficiënt  $\rho$  is gelijk aan  $f(\rho) = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{1+\rho}{1-\rho} \right)$ . Deze functie is bij benadering normaal verdeeld met verwachtingswaarde  $f(\rho_{xy})$  en variantie  $(n-3)^{-1}$  indien  $x$  en  $y$  een binormale verdeling volgen en  $n$  het aantal metingen. Test de nulhypothese dat de correlatiecoëfficiënt tussen  $x$  en  $y$   $\rho_{xy} = -0.9$  tegen de alternatieve hypothese  $\rho_{xy} < -0.9$  op een confidentie niveau van 0.01.