

Examen Eindige Meetkunde, 28 juni 2022

Theorievraag 1. Geef de definitie van de volgende meetkunden:

- projectieve Grassmanniaan;
- Fischer ruimte;
- Möbius-vlak. Wanneer wordt een Möbius-vlak eivormig genoemd?

Beschrijf Cameron's karakterisatieresultaat voor duale polaire ruimten (geen bewijs).

Theorievraag 2. Geef een bewijs van de de Bruijn-Erdős theorema (vrije keuze welk bewijs).

Theorievraag 3. Toon aan dat $W(q)$ met q oneven en elke veralgemeende vierhoek van orde (s, s^2) , $s \geq 2$, geen ovoïden kan hebben.

Oefening 1. Een Steiner triple systeem met v punten wordt cyclisch genoemd als het een automorfisme heeft die een permutatie op de punten is die een cykel van lengte v is. Toon aan dat er geen cyclische Steiner triple systemen op 9 punten bestaan.

Oefening 2. Onderstel dat $PG(n-2, q)$ een $(n-2)$ -dimensionale deelruimte is van de projectieve ruimte $PG(n, q)$, $n \geq 3$. Noem $\mathcal{S}$ de punt-rechte meetkunde waarvan de punten de rechten van $PG(n, q)$ zijn die disjunct zijn met $PG(n-2, q)$, en waarvan de rechten de vlakken zijn van $PG(n, q)$ die $PG(n-2, q)$ snijden in een singleton (natuurlijke incidentie). Toon aan dat $\mathcal{S}$ een semipartiele meetkunde is, en bepaal zijn parameters.

Reservevragen

Reserve-theorievraag 1. Geef de definitie van de volgende meetkunden:

- veralgemeende vierhoek;
- partiële meetkunde;
- Laguerre vlak. Wanneer wordt een Laguerre vlak eivormig genoemd?

Geef (zonder bewijs) voldoende voorwaarden opdat twee punten x en y op afstand 2 van mekaar in een schier veelhoek bevat zouden zijn in een quad.

Reserve-theorievraag 2. Weze X een cap in $\text{PG}(3, q)$, q oneven. Bewijs dan dat $|X| \leq q^2 + 1$, waarbij gelijkheid optreedt als en slechts als X een ovoïde is van $\text{PG}(3, q)$.

Reserve-theorievraag 3. Toon aan dat precies één van de volgende gevallen zich voor doet voor een veralgemeende vierhoek $\mathcal{S}$: • $\mathcal{S}$ is een niet-symmetrisch rooster; • $\mathcal{S}$ is een niet-symmetrisch duaal rooster; • $\mathcal{S}$ heeft een orde (s, t) .

Reserve-oefening 1. Weze π een projectief vlak van de orde $n \geq 2$, weze X een ovaal van π en x een punt van π . Definieer dan de volgende getallen:

- N_r = aantal raaklijnen door x ;
- N_s = aantal snijrechten door x ;
- N_u = aantal uitwendige rechten door x .

Bepaal alle mogelijkheden voor (N_r, N_s, N_u) . Hoeveel keer treedt elke mogelijkheid op? Maak hierbij een onderscheid tussen q even en oneven.

Reserve-oefening 2. Zij $\mathcal{S}$ een schier zeshoek van orde (s, t) die v punten bevat. Als x een punt van $\mathcal{S}$ is, druk dan $|\Gamma_0(x)|$, $|\Gamma_1(x)|$, $|\Gamma_2(x)|$ en $|\Gamma_3(x)|$ uit in functie van v , s en t .