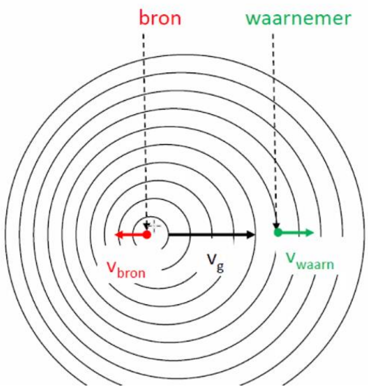
Theorievraag 1

Een bron van geluidsgolven en een waarnemer bewegen op een rechte lijn in lucht (stilstaand medium). We noemen de absolute waarde van de snelheden van bron v_{bron} en van waarnemer v_{waarn}. De bron zendt een monotoon geluidssignaal met frequentie f uit dat zich met een snelheid v_g door de lucht voortplant. Door het dopplereffect hoort de waarnemer dit signaal met een frequentie f' gegeven door

$$f' = \frac{1 - v_{waarn}/v_g}{1 + v_{bron}/v_g} f \qquad \text{(i)}$$

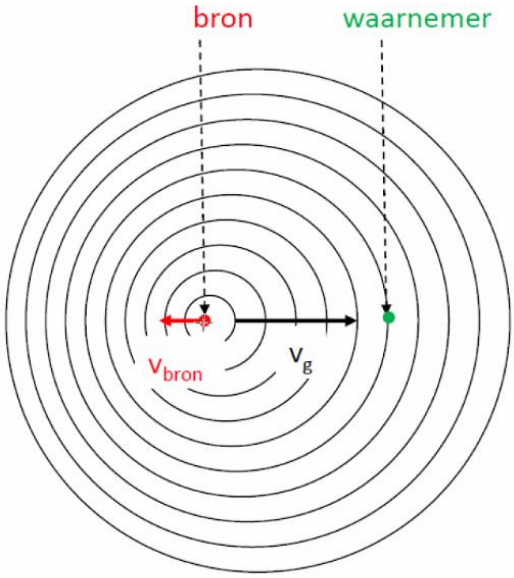
a) Maak een duidelijke figuur van de situatie waarin *deze formule* geldig is – *let goed op de tekens* – en waarin je aan de hand van pijlen de positieve zin van de snelheden aanduidt.

Als $v_{waarn} = 0$ is f' < f en ook als vbron = 0 is f' < f. De tekening moet dus zo gemaakt worden dat de snelheden van bron en waarnemer van elkaar weg wijzen. De snelheid van eventueel aangeduide golffronten is radiaal van de bron weg. Een goede figuur kan er als volgt uitzien



b) Geef een fysische interpretatie voor het resultaat (het effect op de golfeigenschappen) in het geval dat de waarnemer stilstaat (v_{waarn} = 0) en de bron beweegt ($v_{bron} \neq 0$). Maak ook hierbij een duidelijke figuur en let opnieuw op de tekens in de formule.

Als $v_{waarn} = 0$ en $v_{bron} \neq 0$, krijgen we onderstaande situatie (figuur)



Het medium dat stil staat geldt als absoluut referentiestelsel in het probleem. De bron zendt sferische fronten (golftoppen) uit die zich als boloppervlakken met toenemende straal uitbreiden, met als centrum de positie waar de bron zich bevond bij het uitzenden van het front. Voor een waarnemer waar de bron van weg beweegt, is de afstand tussen twee opeenvolgende golftoppen (de golflengte) bijgevolg groter dan wanneer de bron stil zou staan. De golftoppen bewegen met v_g naar de waarnemer toe. Wegens $v_g = \lambda f$ ervaart de waarnemer dus een lagere frequentie dan wanneer de bron niet zou bewegen. Het dopplereffect kan in dit geval dus geïnterpreteerd worden als een effect op de golflengte.

c) Als de bron in plaats van geluidsgolven elektromagnetische golven uitzendt, wordt de formule voor de frequentieverschuiving door het dopplereffect

$$f' = \sqrt{\frac{1-v/c}{1+v/c}}\, f \qquad \text{(ii)}$$

met c de lichtsnelheid en $v = v_{waarn} + v_{bron}$ (v_{waarn} en v_{bron} blijven veel kleiner dan c). Leg de oorzaak uit van het verschil met het dopplereffect bij geluidsgolven.

EM golven (kunnen) bewegen in vacuüm en planten zich (voor gelijk welke inertiaalwaarnemer) met de(zelfde) lichtsnelheid voort. Het medium lucht kan niet langer fungeren als absoluut referentiestelsel. Enkel de relatieve snelheid van de waarnemer ten opzichte van de bron heeft nog betekenis in het probleem. Met de gegeven definities van de snelheden is dat $v_{bron}+v_{waarn} = v$.

d) Leid de formule voor de dopplerverschuiving voor elektromagnetische golven (formule (ii)) af. Geef duidelijk weer welke principes je hierbij gebruikt (geef 1 afleiding, je mag kiezen welke) en leg de tussenstappen in de afleiding duidelijk uit.

In de cursusnota's staan 3 afleidingen:

Vertrekkend uit het standpunt van de bron en rekening houdend met tijdsdilatatie
Steunend op de invariantie van de fase (+ Lorentztransformatie voor x en t)
Steunend op eigenschappen van fotonen (+ Lorentztransformatie voor p en E)

Als er ook uitleg gevraagd wordt, volstaat een opeenvolging van formules alleen niet.

e) Toon aan dat de uitdrukkingen voor de dopplerverschuiving voor geluids- en elektromagnetische golven dezelfde vorm krijgen, indien de snelheden van bron en waarnemer heel veel kleiner blijven dan de golfsnelheid. (/1,0)

Als snelheden van bron en waarnemer heel klein blijven ten opzichte van de geluidssnelheid, kunnen we de noemer in (i) in Taylorreeks ontwikkelen en termen van graad 2 en hoger verwaarlozen:

$$f' = \frac{1 - v_{waarn}/v_g}{1 + v_{bron}/v_g}\, f \approx (1 - v_{waarn}/v_g)\,(1 - v_{bron}/v_g) f$$

We kunnen verder in de uitwerking van het product enkel de lineaire termen in de snelheden van bron en waarnemer meenemen, en de heel kleine term waarin het product van beide snelheden (telkens gedeeld door de geluidssnelheid, dus een product van 2 factoren die veel kleiner zijn dan 1) verwaarlozen

$$f' \approx (1 - v_{waarn}/v_g - v_{bron}/v_g)\, f = (1 - v/v_g) f$$

Anderzijds kunnen we volgende benaderingen in (ii) toepassen (voor x << 1)

$$\sqrt{1-x} \approx 1 - \frac{1}{2}x$$

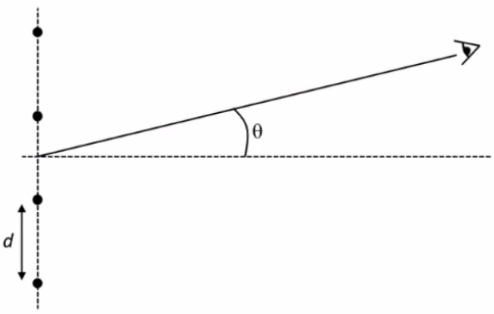
$$1/\sqrt{1+x} \approx 1 - \frac{1}{2}x$$

Zodat $f' = \sqrt{\frac{1-v/c}{1+v/c}}\, f \approx (1 - \frac{v}{2c})(1 - \frac{v}{2c}) f \approx (1 - v/c) f$

Opmerking: v/c heel klein is niet gelijk aan v/c = 0!

Theorievraag 2

Vier equidistante puntbronnen bevinden zich op één rechte, op onderlinge afstand *d.* Ze sturen golven uit bij een vaste golflengte. Twee opeenvolgende bronnen hebben telkens een vast faseverschil van ϕ, met $0 \leq \phi < 2\pi$. De intensiteit wordt nu gemeten op heel grote afstand van de bronnen (ten opzichte van de onderlinge afstand *d*), in het vlak gevormd door de vier bronnen en de waarnemer. De intensiteit wordt bepaald volgens de hoek θ, zoals gedefinieerd in de volgende figuur:



a) Stel dat er voor $\theta = 0°$ geen intensiteit waargenomen wordt. Bepaal hiervoor de mogelijke waarden voor ϕ ($0 \leq \phi < 2\pi$).

Er is geen weglengteverschil in deze situatie. Er treedt destructieve interferentie op wanneer bronnen 1 en 2 (en 3 en 4) mekaar uitdoven. Dan moet het faseverschil $\phi = \pi$ zijn. Ofwel moeten 1 en 3 (en 2 en 4) mekaar uitdoven met een faseverschil van een oneven keer π. Dan moet dus $\phi = \pi / 2$ (of $\phi = 3\pi / 2$).

b) Bepaal voor de situatie $\theta = 90°$ een voorwaarde voor ϕ als functie van *d* en λ waarvoor de gemeten intensiteit nul is.

Neem δ het faseverschil tussen de waargenomen golven afkomstig van twee opeenvolgende bronnen. Volgens de richting van de bronnen ($\theta = \pi/2$), is het faseverschil ten gevolge van het weglengteverschil tussen twee opeenvolgende bronnen gelijk aan $\delta = 2\pi/\lambda \text{ d sin } \theta = 2\pi/\lambda \text{ d}$. Rekening houdend met het faseverschil van uitzenden tussen de bronnen, krijg je $\delta = 2\pi/\lambda \text{ d} + \phi$. Je krijgt intensiteit nul als $\delta = \pi$, $\delta = \pi/2$ en $\delta = 3\pi/2$ (zie hierboven). Bijgevolg:

$$\phi = n\pi/2 \; - 2\pi/\lambda \text{ d} = \pi/2 \, (n - 4d/\lambda) \text{ met } n = 1, 2, 3.$$

c) Leid een uitdrukking af voor de gemeten intensiteit *I* als functie van *I_0, d, λ en ϕ* **met behulp van de methode van de roterende vectoren (of vectordiagrammen)**.
Motiveer de tussenstappen die je neemt en leg de betekenis van de gebruikte symbolen uit. (/2,0)
Ter info, de uitdrukking voor 4 equidistante bronnen zonder faseverschil is:

$$I = I_0 \left[\frac{\sin(4\pi d \sin\theta/\lambda)}{\sin(\pi d \sin\theta/\lambda)} \right]^2$$

Zie cursus. Ofwel uitdrukking met N = 4 opstellen en dan N = 4 stellen, ofwel meteen voor 4 bronnen methode vd roterende vectoren gebruiken, met hierbij $\delta = 2\pi/\lambda d\sin\theta + \phi$. Uit

$$I \;\; = \;\; I_0 \left(\frac{\sin \frac{1}{2} N\delta}{\sin \frac{1}{2}\delta} \right)^2$$

Volgt dan

Volgt dan

$$I = I_0 \left(\frac{\sin(2\phi + 4\pi d \sin\theta/\lambda)}{\sin(\phi/2 + \pi d \sin\theta/\lambda)} \right)^2$$

d) Veronderstel nu dat de afstand *d* gelijk is aan de golflengte λ en dat het faseverschil ϕ tussen twee opeenvolgende bronnen gelijk is $\pi/2$. Bepaal de hoeken θ waarvoor de waargenomen intensiteit nul is, in het bereik $0 \leq \theta \leq \pi/2$.

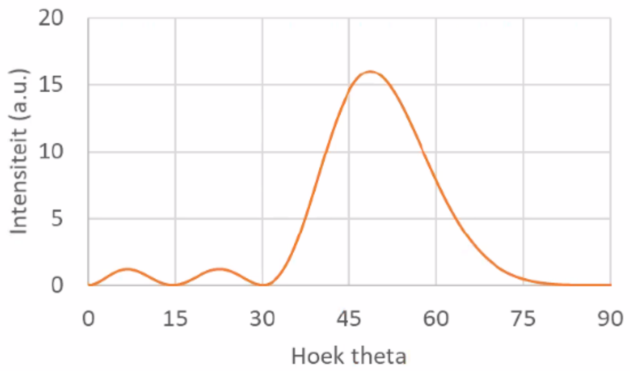
Met d = λ en $\phi = \pi/2$, volgt dan

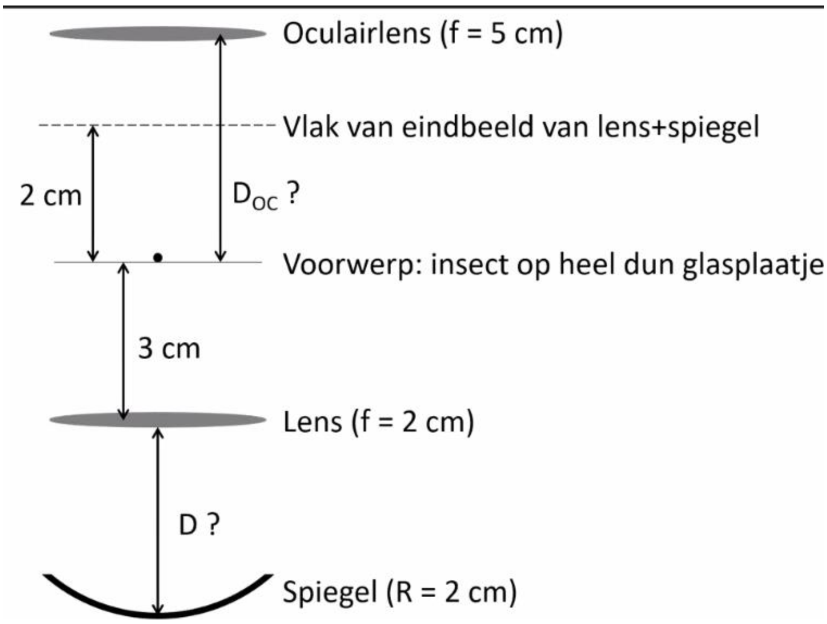
$$I = I_0 \left(\frac{\sin(\pi + 4\pi \sin\theta)}{\sin(\pi/4 + \pi \sin\theta)} \right)^2$$

Nulpunten worden verkregen voor nulpunten van de teller die geen nulpunt van de noemer zijn. Voor de teller vind je sin θ = n/4 (want de eerste π kan weg uit de teller).

N	θ	NP teller?	NP noemer?	Extremum
0	0°	Ja	Nee	Min
1	14,5°	Ja	Nee	Min
2	30°	Ja	Nee	Min
3	48,6°	Ja	Ja	Max
4	90°	Ja	Nee	Min

Intensiteitsverdeling: moest niet gemaakt worden, maar ziet er zo uit:





(a) Wat is de straal voor Lens als je weet dat die dubbelconvex en symmetrisch is?

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = (n-1)\frac{2}{R},$$

waaruit $R = 2(n-1)f = 2{,}24\ cm$

b) Licht van het voorwerp gaat een eerste maal door de lens, wordt vervolgens gereflecteerd door de spiegel en gaat dan nog een keer door de lens

Eerste beeldvorming door de lens

$$\frac{1}{d_o} + \frac{1}{d_i} = \frac{1}{f}\text{, ofwel } \frac{1}{3\,cm} + \frac{1}{d_i} = \frac{1}{2\,cm}\text{, zodat } d_i = 6\,cm$$

Eindbeeldvorming door de lens

$$\frac{1}{d_{of}} + \frac{1}{d_{if}} = \frac{1}{f}\text{, ofwel } \frac{1}{d_{of}} + \frac{1}{5\,cm} = \frac{1}{2\,cm}\text{, zodat } d_{of} = \frac{10}{3}\,cm = 3{,}33\,cm$$

Nu kennen we de positie van voorwerp en beeld van de spiegel als functie van de afstand tussen lens en spiegel. Op die manier wordt de spiegelvergelijking

$$\frac{1}{D-d_i} + \frac{1}{D-d_{of}} = \frac{2}{R} \quad \text{, waaruit } \quad \frac{R}{2}(D - d_{o,f} + D - d_i) = (D - d_{o,f})(D - d_i)$$

Dit levert een vierkantsvergelijking voor D op met 2 reële oplossingen:
D = 4,00 cm en D = 7,33 cm. De eerste oplossing mag verworpen worden, omdat de tussenbeelden in dat geval niet gevormd worden (reëel zijn) .

b) Vervolg

Bij D = 7,33 cm is de voorwerpsafstand voor de spiegel d_{oS} = 1,33 cm en de beeldafstand voor de spiegel d_{iS} = 4,00 cm
De vergroting door de spiegel is dus $M_S = -\,d_{iS}/d_{oS} = -3$
De eerste beeldvergroting door de lens $M_{L1} = -\,d_i/d_o = -2$
De beeldvergroting bij 2e doorgang door de lens $M_{L2} = -\,d_{if}/d_{of} = -1{,}5$
Totale beeldvergroting $M = M_{L1}M_S M_{L2} = -9$
Deze vergroting is negatief, dus het beeld is omgekeerd (te verwachten omdat reële beelden omgekeerd zijn en er 3x beeldvorming optreedt).

c) De dunnelensvergelijking voor de oculairlens

$$\frac{1}{d_{oOC}} + \frac{1}{-N} = \frac{1}{f_{OC}}\text{, waaruit } d_{oOC} = N f_{OC}/(f_{OC} + N) = 4,17\ cm$$ (let op teken d_{iOC}! Virtueel beeld!)

D_{OC} is echter de afstand tot het oorspronkelijke voorwerp dus d_{OC} + 2 cm zodat D_{OC} = 6,17 cm
De bijkomende vergroting door het oculair is $M_{OC} = \frac{N}{d_{oOC}} = 6$

d) Er wordt ook een beeld gevormd het licht dat aan de bovenzijde van het insect gereflecteerd wordt en invalt op de oculairlens. Hiervoor geldt de dunnelensvergelijking

$$\frac{1}{d_{oVZ}} + \frac{1}{d_{iVZ}} = \frac{1}{f_{OC}}$$

het voorwerp staat nu op een afstand net iets groter dan de voorwerpsafstand van de lens, zodat we verwachten dat er een reëel en vergroot beeld gevormd wordt.

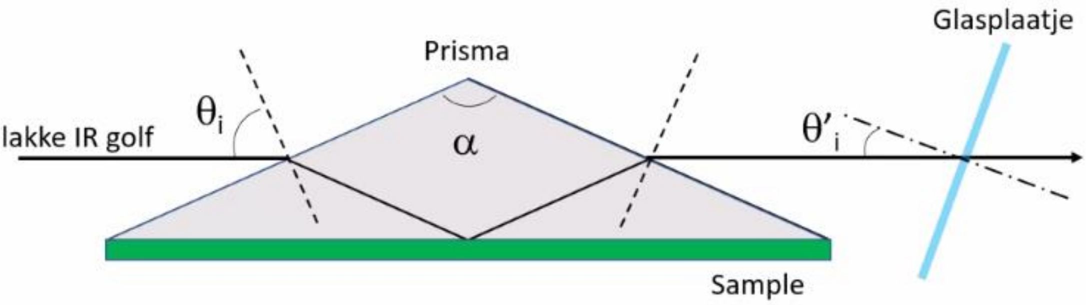
We vinden

$$\frac{1}{6{,}17\ cm} + \frac{1}{d_{iVZ}} = \frac{1}{5\ cm}\text{ , waaruit } d_{iVZ} = 26{,}43\ cm$$

de vergroting van dit beeld is

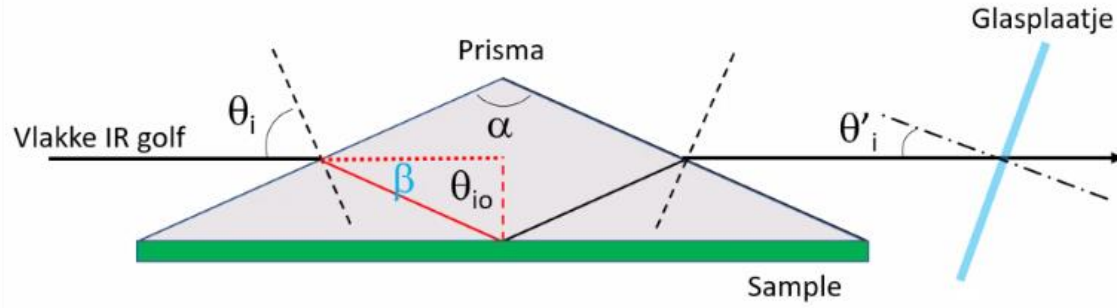
$$M = -d_{iVZ}/\, d_{oVZ} = -4{,}29$$

De biologe kan dit beeld niet zien als haar oog heel dicht tegen het oculair aan zit, omdat de stralen aan het convergeren zijn (naar de plaats van het reëele beeld).



a) Tophoek wordt op 131,2° gelegd om hinderlijke reflecties te vermijden

Goniometrie (gelijkheid van hoeken tussen paren van rechten die paarsgewijs loodrecht op elkaar staan) leert dat $\theta_i = \alpha/2 = 65{,}6°$.
Hinderlijke reflecties verdwijnen helemaal als de invalshoek voor de vlakke golf met π polarisatie overeenkomt met de polarisatiehoek (Brewsterhoek).
Die is $\theta_p = \arctan(n_{diamant}) = 67{,}4°$, wat heel dicht bij de invalshoek ligt.
Met behulp van de Fresnelformules vind je $R_\pi = -0{,}03$, wat inderdaad heel klein is. Zeker als je denkt in termen van reflective van intensiteit ($\sim R_\pi^2$)



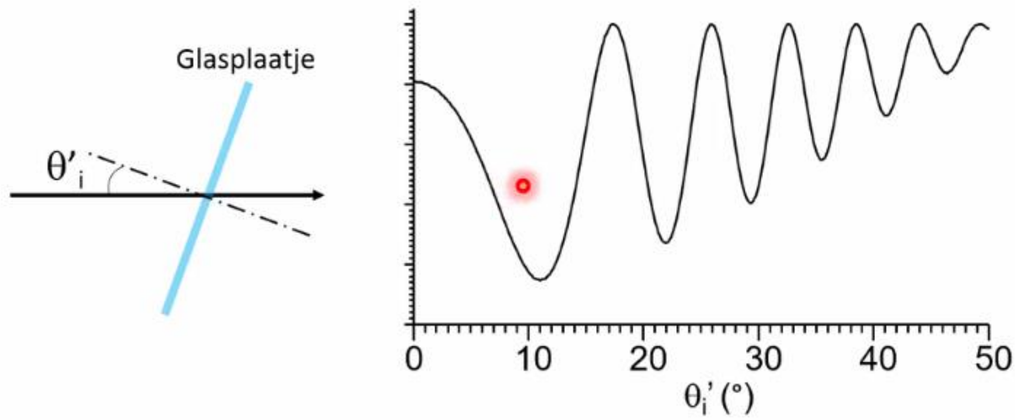
b) Bepaal de maximale brekingsindex waarvoor er nog net TIR optreedt

Als we de invalshoek op het ondervlak θ_{io} noemen, dan vinden we die maximale brekingsindex uit de voorwaarde voor TIR
$n_{Ge} \sin \theta_{io} = n_{max} \sin(90°) = n_{max}$

Hoe berekenen we θ_{io} ?

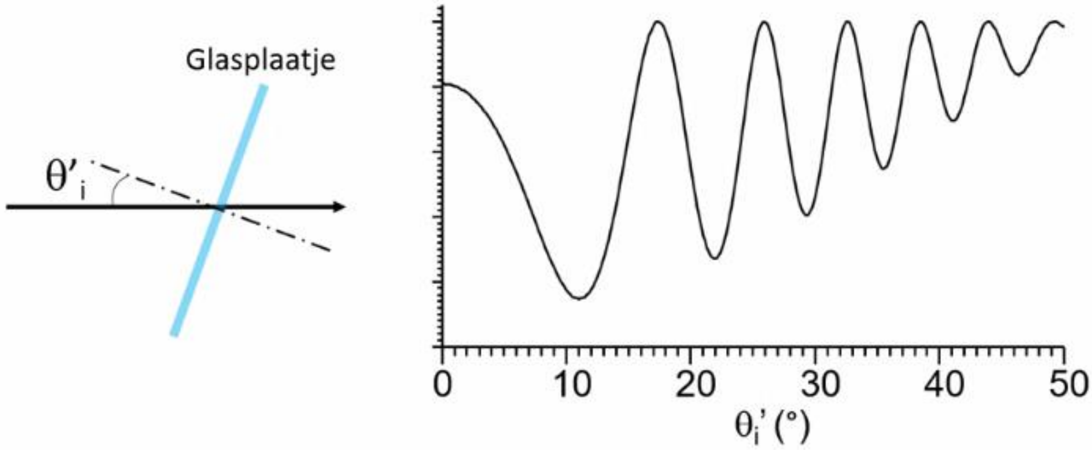
In de in het rood aangetoonde driehoek is duidelijk dat $\theta_{io} = 90° - \beta$
En $\beta = \theta_i - \theta_2$. Zo vind je $\theta_{io} = 46{,}7°$

Getalwaarden invullen levert $n_{max} = 1{,}747$.



c) Bepaal dikte van het plaatje uit een interferentiepatroon met een 4tal gegeven transmissiemaxima

Het mechanisme is interferentie bij transmissie van licht door een dunne film of dun plaatje.
De formule voor de intererentiemaxima (constructieve interferentie) vind je in de slides over H34 interferentie (p. 15, blz. 165 van de pdf versie van de cursusnota's.) $2\, n\, d \cos \theta_2 = N\lambda$. Let op $N \neq 1$! N neemt af naarmate $\cos \theta_2$ kleiner wordt en θ_2 dus groter. Als we 1 max. verder gaan neemt N met 1 af.
Belangrijk is om de opgegeven invalshoeken om te zetten in brekingshoeken!



c) Bepaal dikte van het plaatje uit een interferentiepatroon met een 4tal gegeven transmissiemaxima

Als je dat allemaal doorhebt, is de oefening eenvoudig
Bij het max. bij kleinste hoek: 2 n D cos $\theta_{2,1} = N\lambda$
Bij het volgende maximum: 2 n D cos $\theta_{2,2} = (N-1)\lambda$
Bij het daaropvolgende maximum: 2 n D cos $\theta_{2,3} = (N-2)\lambda$, enz.
Zo kan je dan door het verschil te nemen tussen de formules voor opeenvolgende maxima bvb. vinden: 2 n D (cos $\theta_{2,1}$ - cos $\theta_{2,2}$) = λ
waaruit D eenvoudig kan worden opgelost. Je moest vinden $D = 70 \times 10^{-6}$ m