

# Examen 23-24

Roel Vermet

August 3, 2024

## 1 Theorie

- geef de definitie van  $n$ de orde aanraking met een bol
  - Bewijs: De kromme  $c(s)$  heeft in  $s = 0$  aanraking van 2de orde met een bol  $\beta$  als en slechts als het middelpunt  $m$  van die bol gegeven wordt door
$$m = c(0) + \rho(0)n(0) + \nu b(0)$$
, met  $\nu$  een willekeurig getal in  $\mathbf{R}$ . De straal van de bol is dan  $\sqrt{\rho^2(0) + \nu^2}$
- Geef de definitie van een geodetische lijn
  - Bewijs: De kromme is een geodetische lijn van het oppervlak als en slechts als het osculatievlak in elk punt  $P$  van de kromme loodrecht staat op het raakvlak in  $P$  van het oppervlak
  - Leid de differentiaalvergelijking af voor de geodetische lijn
- Geef de definitie van  $C^\infty$ -vereinigbaar
  - Bewijs de coördinaten transformatie regels voor raakvectoren in willekeurige variëteiten

## 2 oefeningen

- kromme:  $c(t) = (e^t \cos(t), e^t \sin(t), e^t)$ 
  - Bepaal de kromming en de wringing.
  - Toon aan dat er een rechte bestaat die alle binormalen snijdt.
- Oppervlak:  $z = 3x^4 - 2y^2$ 
  - Geef alle asymptotische lijnen.
  - Geef alle punten met Gauss kromming 0 ( $K = 0$ ).
  - Zijn deze punten vlakke punten of parabolische punten?
- Bewijs dat de trace afbeelding van  $SL(2, \mathbf{R})$  naar  $\mathbf{R}$  een gladde afbeelding is.