1ste Ba Fysica & Sterrenkunde
01/06/2026
Vectoranalyse oefeningen

(i) *Gebruik voor elke oefening een nieuw blad.*
(ii) *Schrijf* **naam** *en* **richting** *boven elk blad.*
(iii) *Becommentarieer uw werkwijze.*
(iv) *Het gebruik van een rekenmachine is niet toegelaten.*
(v) *Een tekening is niet verplicht.*
(vi) *De oefeningen staan niet in volgorde van moeilijkheid.*
(vii) *Indien vragen bestaan uit deelvragen, dan mag er altijd op voorgaande deelvragen gesteund worden, ook indien men deze niet opgelost heeft.*

Veel succes gewenst!

Vraag 1. Bereken de integraal

$$\int_\Gamma |yz| \, \mathrm{d}s$$

waarbij Γ de doorsnede is van de torus $(\sqrt{x^2+y^2}-3)^2+z^2=4$ met het vlak $x=2$.

Vraag 2. Beschouw de cilinder Σ in $\mathbb{R}^3$ met als vergelijking $(x-5)^2+(y-2)^2=1$.

a. Bepaal het globaal minimum van de functie

$$f(x,y,z)=(x-z)^2+(y-z)^2$$

op Σ en bepaal in welk(e) punt(en) van Σ dit minimum bereikt wordt. Je mag hierbij aannemen dat f een globaal minimum bereikt op Σ.

b. Bonusvraag: toon aan dat $f(x,y,z)=(x-z)^2+(y-z)^2$ een globaal minimum bereikt op Σ. *Hint: Beredeneer waarom je je mag beperken tot* $\Sigma_R=\{(x,y,z)\in\Sigma \mid |z|\leq R\}$, *met* R *groot genoeg en toon aan dat* f *een globaal minimum bereikt op* Σ_R.

Vraag 3. Beschouw volgende differentiaalvergelijking

$$P(x,y)\mathrm{d}x+Q(x,y)\mathrm{d}y=0, \tag{1}$$

waarbij het vectorveld (P,Q) glad is op $\mathbb{R}^2$.

a. Zij $\mu\colon \mathbb{R}\to\mathbb{R}$. Druk uit dat de functie $(x,y)\mapsto\mu(xy)$ een integrerende factor is voor (1).

b. Leid hieruit af: indien

$$\frac{1}{yQ - xP}\left(\frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial x}\right) = g(xy) \text{ voor een zekere continue } g$$

(dit betekent dus dat het linkerlid enkel afhankelijk is van het product xy) en

$$\mu(t) = e^{\int g(t)\,dt},$$

dan is $\mu(xy)$ een integrerende factor voor (1).

c. Gebruik dit om de volgende vergelijking op te lossen met behulp van een integrerende factor. De oplossing mag in impliciete vorm staan.

$$xy^2 + xe^{xy} + (x^2y - ye^{xy})y' = 0.$$

EINDE VAN DE OEFENINGEN

Tijd tot 17u00