

Complexe Analyse 2e zit

2024-2025

Gorfeld et al.
Voorzitter Amerika

Vraag 1 (5 punten)¹

Bespreek de branch cuts van volgende functies. Leg deze parallel aan de reële as en in de richting van de negatieve reële as. Wat is de fase van $f(z)$ net boven en net onder de branch cut? Wat is er speciaal aan de tweede functie?

$$f(z) = (z + i)^{1/4}$$
$$f(z) = (z + 1)^{1/3}(z - 1)^{2/3}$$

Vraag 2 (10 punten)

Verifieer op de volgende twee manieren vergelijking 1:

1. Via de parametrizatie $z = e^t$.
2. Via een contour langs een halve cirkel in de bovenste helft van het complexe vlak.

Voor elke manier, bespreek de branch cuts, identificeer de polen en schets de contouren.

$$\int_0^{+\infty} \frac{(\ln(x))^2}{x^2 + 1} dx = \frac{\pi^3}{8} \quad (1)$$

Vraag 3 (5 punten)

Bereken de volgende formule via complexe contourintegratie:

$$\int_0^\infty \frac{1}{x^n + 1} dx = \frac{\pi/n}{\sin(\pi/n)}$$

¹Het examen telt niet voor alle 20 punten, maar Robin had een oopsie gemaakt dus dit werd nog herberekend naar 18 punten.