# Examen Complexe analyse

1ste zit 2024-2025

## Vraag 1

Classficeer alle singulariteiten en bereken het residue van elke singulariteit van de volgende functies:

$$f(z) = \frac{\sinh z}{z^4}$$

$$f(z) = \frac{\sin 1/z}{1-z}$$

## Vraag 2

Gebruik contourintegratie om te bevestigen dat

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\mathrm{Log}|x|}{(x^2+1)^2}\,\mathrm{d}x = -\frac{\pi}{2}$$

Start vanaf de proxy $\frac{\log z}{(z^2+1)^2}$. Classificeer alle polen en teken de contour.

## Vraag 3

Bewijs dat de oplossing van differentiaalvergelijking 1 gegeven wordt door $f(t)$ zoals gegeven in vergelijking 2 via Fouriertransformaties.

$$\frac{\mathrm{d}^2 f}{\mathrm{d}t^2} + 2\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t} + 3f(t) = \begin{cases} 1 & |t| < 1 \\ 0 & \text{elders} \end{cases} \tag{1}$$

$$f(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin(\omega) e^{i\omega t}}{\omega(-\omega^2 + 2i\omega + 3)}\,\mathrm{d}\omega \tag{2}$$

Bereken $f(t)$ via complexe contourintegratie. Classificeer alle polen en teken de contour. Verantwoord elke tussenstap.