Hoofdvraag 1

Leg kort uit wanneer twee vlakken in een affiene ruimte evenwijdig zijn en toon aan dat dit een equivalentierelatie is op de vlakkenverzameling. Formuleer en bewijs hiertoe het criterium voor evenwijdigheid van vlakken.

Zie definitie 1.2.4, stelling 1.2.5 en stelling 1.2.7

Hoofdvraag 2

Zij $\mathscr{A}$ een affiene ruimte en D een affiene deelruimte van $\mathscr{A}$, en x, x' punten niet in D. Toon aan dat $\langle D, x\rangle = \langle D, x'\rangle$ als en slechts als $x \in \langle x', D\rangle$ als en slechts als $x' \in \langle x, D\rangle$.

Leg kort de begrippen dimensie en basis uit en toon aan dat, indien de dimensie d van $\mathscr{A}$ eindig is, dat elke voortbrengende verzameling van $d+1$ punten een basis is en elke andere basis ook $d+1$ punten bevat.

Zie definitie 1.3.7, lemma 1.3.9, stelling 1.3.10

Hoofdvraag 3

Formuleer en bewijs de omgekeerde affiene stelling van Desargues. Leg kort het verband uit met equipollentie.

Leg het axioma van Pappus uit en toon aan dat, als $\mathscr{A}$ pappiaans is, dat de groep van homothetieën van $\mathscr{A}$ met vast centrum commutatief is.

Zie stelling 2.1.3, axioma 2.2.6, stelling 2.2.7

Hoofdvraag 4

Gegegeven een rechte $\mathbb{K}$ in een affiene ruimte van dimensie ten minste 3. Introduceer een optelling $+$ en een vermenigvuldiging $\cdot$ op $\mathbb{K}$ en toon aan dat $(\mathbb{K}, +, \cdot)$ een lichaam is.

Zie definitie 2.2.1, lemma 2.2.3 (en dus ook 2.1.23) en stelling 2.2.4

Hoofdvraag 5

Zij $\mathscr{A}$ een pappiaanse affiene ruimte met ten minste 3 punten per rechte. Leg uit wat een affiniteit is van $\mathscr{A}$ en toon aan dat affiniteiten de deelverhouding bewaren. Toon ook omgekeerd aan dat een permutatie van de punten die drie collineaire punten afbeeldt op drie collineaire punten en de deelverhouding bewaart, een affinitieit is.

Zie definitie 2.1.22, paragraaf vooafgaand aan lemma 2.4.1, paragraaf voorafgaand aan stelling 2.4.5, stelling 2.4.6

Hoofdvraag 6

Bespreek reflexieve σ-sesquilineaire vormen (geef definitie, leg uit welke er zijn). Toon aan dat, als $\sigma \neq \mathrm{id}$, dat σ-sesquilineaire vorm reflexief is als en slechts als die proportioneel is met een σ-hermitische vorm.

Zie definitie 3.2.1, lemma 3.2.2 en paragraaf daaronder, lemma 3.2.5, stelling 3.2.9

Hoofdvraag 7

Leg uit hoe je een σ-sesquilineaire vorm voorstelt met behulp van een matrix. Geef de standaard matrixvoorstelling voor symmetrische en alternerende bilineaire vormen en voor σ-hermitische vormen; met bewijs in het geval er een niet-isotrope vector is.

Zie definitie 3.4.1 en paragraaf daaronder, lemma 3.4.3 (zonder bewijs), stelling 3.4.4 (met bewijs) en stelling 3.4.7 (zonder bewijs)

Hoofdvraag 8

Bespreek het verband tussen bilineaire en kwadratische vormen in karakteristiek verschillend van 2. Leg uit hoe je van een kwadratische kegel in $\mathbb{R}^3$ overgaat naar een kegelsnede in het reële affiene vlak.

Maak een tekening voor de verschillende mogelijkheden voor een niet-ontaarde kegelsnede in het reële affiene vlak naargelang hun gedrag op oneindig, duidt hierop middelpunt en middellijnen aan.

Zie definitie 3.6.1, stelling 3.6.3, stelling 3.6.4, definitie 4.2.1, eerste twee bladzijden van sectie 4.4, schematisch overzicht horende bij sectie 4.5 zoals in les 12 aan bo(r)d gekomen

Hoofdvraag 9

Geef de mogelijkheden voor de doorsnede van een kwadratische kegel $\mathscr{K}$ in $\mathbb{R}^3$ en een (reëel) vectorvlak α (zonder bewijs) en leg uit (met bewijs) wat er gebeurt als we overgaan naar de complexe getallen in het geval dat $\mathscr{K}$ niet-ontaard is.

Geef de gedaantes van ontaarde kegels in $\mathbb{R}^3$ (met bewijs) en maak een tekening van de corresponderende situatie in het affiene vlak.

Zie stelling 4.2.3 (zonder bewijs), stelling 4.3.5, stelling 4.2.4

Hoofdvraag 10

Leg poolverwantschap uit. Bespreek (met bewijs) de raaklijnen door een punt $p \notin \mathscr{K}$ aan de kegelsnede $\mathscr{K}$, zowel meetkundig als algebraïsch.

Zie definitie 4.4.10, lemma 4.4.9 (zonder bewijs), stelling 4.6.7 en stelling 4.6.8