

oef 1

In een stalen (dichtheid  $7.8 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$  en elasticiteitsmodulus  $2.0 \times 10^{11} \text{ N m}^{-2}$ ) staaf loopt een longitudinale harmonische golf, opgewekt door een ermee gekoppelde oscillator. De staaf heeft een diameter van 4 mm, de amplitude van de trillingen is 0.1 mm en de frequentie is 10 Hz.

Bereken:

1. de vergelijking van de golf in de staaf
2. de energie per volume-eenheid (energiedichtheid) in de staaf
3. de gemiddelde energiestroomdichtheid door elke doorsnede van de staaf
4. het vermogen dat nodig is om de oscillator aan te drijven

Tip: 1.3.1 longitudinale golven in een staaf ;  
1.5.1 energiestroomdichtheid

OPL: 1) Bepaal de vergelijking van de golf in de staaf

uit vgl 1.17 weten we dat

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}} = \sqrt{\frac{2.0 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2}{7.8 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3}} = 5064 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 5.1 \cdot 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

verder is  $\lambda f = v \Rightarrow \lambda = \frac{v}{f} = 506 \text{ m} \approx 5.1 \cdot 10^2 \text{ m}$

De amplitude van de golf is gegeven:  $0.1 \text{ mm} = 10^{-4} \text{ m}$

De golf van de golf:  $A \sin \frac{2\pi}{\lambda} (x - vt) = 10^{-4} \text{ m} \sin \frac{2\pi}{5.1 \cdot 10^2 \text{ m}} (x - 5.1 \cdot 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}} t)$

2) Bepaal de energie per volume-eenheid (energiedichtheid) in de staaf

volgens vgl (1.49) geldt

$$e = \frac{1}{2} \rho \omega^2 A^2 = \frac{1}{2} \rho (2\pi f)^2 A^2 = 0.15 \frac{\text{J}}{\text{m}^3}$$

3) Bepaal de gemiddelde energiestroomdichtheid en energiedichtheid

vgl (1.48) geeft het verband tussen gem. energiestroomdichtheid en energiedichtheid

$$\bar{E} = e v = 0.15 \frac{\text{J}}{\text{m}^3} \cdot 5.1 \cdot 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 760 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

4) Bepaal het vermogen dat nodig is om de oscillator aan te drijven

$$P = \bar{E} \left( \frac{\pi D^2}{4} \right) = 9.8 \cdot 10^3 \text{ W}$$

↓  
opp doorsnede staaf  
vermogen per oppervlakte-eenheid

oef 2

Hoe verandert de snelheid van een transversale golf in een snaar als je de spanning (spankracht  $F_T$ ) in de snaar:

1. verdubbelt ?
2. halveert ?

Hoe moet je de spanning veranderen om de snelheid

3. te laten verdubbelen?
4. te laten halveren?

Tip: 1.3.2 transversale golven in een snaar

OPL: De snelheid van transversale golven op een snaar is (1.24)  $v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$

⇒ 1)  $\times \sqrt{2}$

2)  $\times \sqrt{2}$

3)  $\times 4$

4)  $/4$

**Bijkomende denkvraag bij deze opgave:**

Over welke snelheid van de golf hebben we het hier ?

Geef het antwoord aan dat jou het meest correct en volledig lijkt

- A. Fasesnelheid
- B. Groepssnelheid
- C. Fasesnelheid en groepssnelheid, de twee zijn hier gelijk**
- D. De opgave geeft onvoldoende gegevens om de vraag te beantwoorden

op 3

Een rubberslang is aan een eind vastgemaakt, het andere eind hangt over een katrol, 5 m, vanaf het vaste eind, en draagt een last van 2 kg. De massa van de slang tussen het vaste eind en de katrol is 0.6 kg.

- Bereken de snelheid voor transversale golven in de slang
- schrijf de vergelijking van de golf op
- bereken de maximale transversale snelheid van elk punt van de slang
- bepaal het gemiddelde vermogen dat door elke doorsnede van de slang loopt

Tip 1: over de massa van de slang voorbij de katrol is niets gegeven, verwaarloos die  
 Tip 2: 1.3.2 transversale golven in een snaar

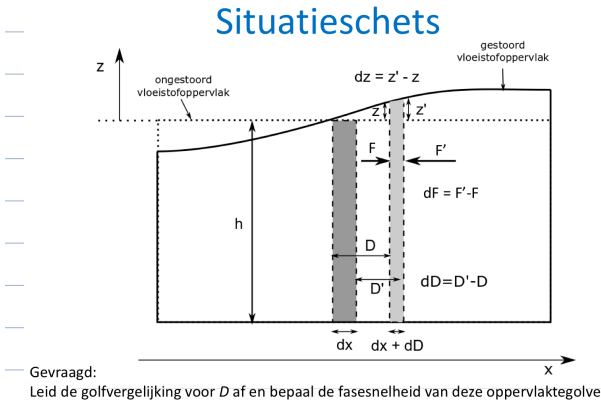
3) harmonische golf:  $D(x,t) = A \sin(kx - \omega t)$   
 $\Rightarrow \frac{\partial D}{\partial x} = -\omega A \cos(kx - \omega t)$

max. snelheid:  $\cos(kx - \omega t) = -1$   
 $\Leftrightarrow \omega A = 9\pi f A = 9\pi \frac{v}{\lambda} A = 0.268 \frac{m}{s}$

4)  $e = \frac{1}{2} \mu \omega^2 A^2$   
 De energie per lengte-eenheid is een energie per volume-eenheid vermenigvuldigd met de oppervlakte van de doorsnede van de slang.  
 energie per tijds eenheid = (energie per lengte-eenheid)  $\cdot$  (fasesnelheid de golf)  
 $P = \frac{1}{2} v \mu \omega^2 A^2 = 0.085 W$

op 4

Beschouw een onsamendrukbare vloeistof in een kanaal met diepte  $h$  en breedte  $L$  (situatieschets in volgende dia).  
 Als het oppervlak verstoord wordt door een golf met kleine amplitude maar met een grote golflengte (t.o.v.  $h$ ), dan zal een verticale laag vloeistof laag met een dikte  $dx$  in evenwicht, zowel een horizontale als een verticale vervorming ondergaan.  
 Doorsneden loodrecht op de  $x$ -as ondergaan een horizontale verplaatsing  $D$  en een verandering in de hoogte  $z$  (ten opzichte van de evenwichtshoogte  $h$ )  
 Leid de golfvergelijking voor  $D$  af en bepaal de fasesnelheid van deze oppervlaktegolven.



TIPS:

Volg dezelfde aanpak als bij de afleiding van de golfvergelijking in andere eendimensionale golfproblemen (golven in staaf, snaar, gaskolom)

- Pas de 2<sup>e</sup> wet van Newton toe op het watersegment in het volume  $L dx$ : dit levert een partiële differentiaalvergelijking op in 2 velden:  $D$  en  $F$ . Je moet dan nog een verband tussen de velden  $D$  en  $F$  vinden. Dit gaat echter niet rechtstreeks, maar met een tussenstap via het veld  $z$ .
- Vind een verband tussen  $D$  en  $z$ . Maak hierbij gebruik van het feit dat de vloeistof onsamendrukbare is (het volume verandert niet).
- Vind een verband tussen de velden  $z$  en  $F$ . Hiervoor gebruik je formules die je kent uit de mechanica van vloeistoffen (zie Giancoli, Deel 1, H13). De kracht op een verticale sectie is  
 $(P_{gem} \text{ over hoogte } h+z) \times (\text{breedte } L) \times (\text{hoogte } h+z)$   
 vloeistofdruk onder wateropp. :  $P = \rho g$  (diepte onder wateropp.)

opl: 1) 2<sup>e</sup> wet van Newton:  $dm \frac{\partial^2 D}{\partial t^2} = \rho L dx \frac{\partial^2 D}{\partial x^2}$   
 $F_{netto} = F - F' = -dx \frac{\partial F}{\partial x}$   
 $\rho L h dx \frac{\partial^2 D}{\partial t^2} = -dx \frac{\partial F}{\partial x} \Rightarrow \rho L h \frac{\partial^2 D}{\partial t^2} = -\frac{\partial F}{\partial x}$

2) verband  $D$  en  $z$

vloeistof is onverwombaar. Als golf door rechte water heen gaat blijft volume onveranderd  
 $h dx = (h+x)(dx+dD)$   
 geg: golf met kleine amplitude  
 $x \ll h \quad dD \ll dx$

$\Rightarrow h dx = h dx + x dx + h dD + x dD$   
 kleine term  
 $x = -h \frac{\partial D}{\partial x}$  (2) verwaarloosbaar in de som

3) verband  $F$  en  $x$

De vloeistofdruk op een diepte  $y$  onder een wateroppervlakte is  $P(y) = \rho g y$   
 De gemiddelde druk op een doorsnede met hoogte  $h+x$  is  $P_{gem} = \frac{1}{2} \rho g (h+x)$   
 De oppervlakte van die doorsnede is  $A = L(h+x)$



$$F = \frac{1}{2} \rho g W (R + z)^2 \approx \frac{1}{2} \rho g W (R^2 + 2Rz)$$

$$z \ll R$$

$$\Rightarrow \frac{\partial F}{\partial z} = \rho g W R \frac{\partial z}{\partial z} \quad (3)$$

$$(3) \text{ in (1): } \rho L h \frac{\partial^2 D}{\partial z^2} = -\rho g L h \frac{\partial z}{\partial z} \xrightarrow{(2) \text{ invullen}} \frac{\partial^2 D}{\partial z^2} = -g h \frac{\partial^2 D}{\partial z^2} \Rightarrow v = \sqrt{g h}$$

### Oef 5

Onderstel dat bij een drukgolf in een gaskolom de druk verandert volgens:

$$P - P_0 = A_p \sin 2\pi \left( \frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right)$$

Bereken de uitdrukkingen voor de dichtheidsgolf en verplaatsingsgolf in het gas.

Tip: secties 2.2.1 en 2.2.2 over geluidsgolven.

OPL: 1) 
$$\begin{cases} P - P_0 = A_p \sin 2\pi \left( \frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right) \\ \rho - \rho_0 = -\rho_0 \left( \frac{\partial D}{\partial z} \right) \\ P - P_0 = -K \frac{\partial D}{\partial z} \end{cases}$$

$$\Rightarrow -K \frac{\partial D}{\partial z} = A_p \sin 2\pi \left( \frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right) \text{ zodat } D = \frac{A_p \lambda}{2\pi K} \cos 2\pi \left( \frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right)$$

$$\rho = \rho_0 \left( 1 - \frac{\partial D}{\partial z} \right) = \rho_0 \left( 1 + \frac{A_p \sin 2\pi \left( \frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right)}{K} \right)$$

$$\begin{aligned} 2) P - P_0 &= A_p \sin 2\pi \left( \frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right), \rho - \rho_0 = \frac{A_p \rho_0}{K} \sin 2\pi \left( \frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right), D = \frac{A_p \lambda}{2\pi K} \cos 2\pi \left( \frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right) = \frac{A_p \lambda}{2\pi K} \sin \left[ \frac{\pi}{2} + 2\pi \left( \frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right) \right] \\ &= \frac{A_p \lambda}{2\pi K} \sin 2\pi \left[ \left( \frac{x}{\lambda} + \frac{1}{4} \right) - \frac{t}{T} \right] \end{aligned}$$

### Oef 6

Opgave

Twee geluidsgolven, de een in lucht (lucht = 1.29 kg m<sup>-3</sup>, v<sub>lucht</sub> = 345 m s<sup>-1</sup>), de ander in water (water = 988 kg m<sup>-3</sup>, v<sub>water</sub> = 1493.2 m s<sup>-1</sup>), hebben een gelijke intensiteit.

1. Wat is de verhouding van de drukamplitude in water tot die in lucht?

2. Wat zou de verhouding van hun intensiteiten zijn als de drukamplitudes gelijk waren?

Tip: Sectie 2.2.4 Energiestroomdichtheid en intensiteit van een geluidsgolf

OPL: 
$$I = \frac{(\Delta P_M)^2}{2\rho v}$$
 (vergelijking 2.95)

↳ *intensiteit in het op 1 verhouding bij evenwicht.*

Als in water en in lucht een golf loopt met dezelfde intensiteit, dan is de verhouding van de

$$\text{amplitudes } \frac{\Delta P_{M, \text{water}}}{\Delta P_{M, \text{lucht}}} = \sqrt{\frac{2 v_{\text{water}} \rho_{\text{water}}}{2 v_{\text{lucht}} \rho_{\text{lucht}}}} = 57.8$$

Als de drukamplitudes dezelfde zijn, dan is de verhouding van de intensiteiten

$$\frac{I_{\text{water}}}{I_{\text{lucht}}} = \frac{2 v_{\text{lucht}} \rho_{\text{lucht}}}{2 v_{\text{water}} \rho_{\text{water}}} = 3 \cdot 10^{-4}$$

### Oef 12 (oef 104 Giancoli deel 1)

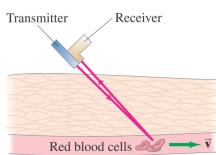
Een dopplerbloedstroommeter wordt gebruikt om de snelheid van de bloedstroom te meten. Op de huid worden zend- en ontvangstelementen geplaatst. Er worden standaardgeluidsfrequenties van 5 MHz gebruikt, die een grote kans hebben om aan rode bloedcellen gereflecteerd te worden. Door te meten wat de frequentie is van de gereflecteerde golven, die een dopplerverschuiving ondervinden omdat de rode bloedcellen zich verplaatsen, kan de snelheid van de bloedstroom worden bepaald. Een typische normale bloedstroomsnelheid is 0,1 m/s.

Vervolg van de opgave op volgende dia

Stel dat een ader gedeeltelijk vernauwd is, zodat de bloedstroommeter een dopplerverschuiving van 780 Hz meet. Bepaal de snelheid van de bloedstroom in het vernauwde gebied. De effectieve hoek tussen de geluidsgolven (zowel uitgezonden als gereflecteerd) en de richting van de bloedstroom is 45°. De geluidssnelheid in het weefsel is (gemiddeld) 1540 m/s.

Tip 1: vergeet bij het berekenen van de dopplerverschuiving niet de snelheid van golfvronten en de snelheid van het bloed niet collineair zijn.

Tip 2: Denk erover na hoe bij het doppleffect hier optreedt.



OPL: 2 dopplerverschuivingen: ① Bron (zender in dopplerbloedstroommeter) staat stil en de waarnemer (bloedcel) beweegt van de bron af. De voortplantingsnelheid van het geluid en de snelheid van de waarnemer maken een hoek van  $\theta = 45^\circ$ .

$$\text{snelheid bloed } (v_0, 1 \frac{m}{s}) \ll \text{snelheid geluid } (1540 \frac{m}{s}) \Rightarrow f' = f \left[ 1 - \left( \frac{v_{\text{bloed}}}{v_{\text{geluid}}} \right) \cos \theta \right]$$

← frequentie bloedcel waart neemt
← frequentie die zender uitzendt (5 MHz)

② De bloedcel reflecteert de geluidsgolven en beweegt hierbij op als bron van gereflecteerde golven. De ontvanger in het meetapparaat is nu waarnemer. De bron beweegt en waarnemer die stil staat. De bron beweegt weg van de waarnemer. Snelheid bron  $\ll$  geluid  $\Rightarrow f'' = f' \left[ 1 + \left( \frac{v_{\text{bloed}}}{v_{\text{geluid}}} \right) \cos \theta \right]$

$$\begin{aligned} \text{frequentie waargenomen door ontvanger} &= f' \left[ 1 - \left( \frac{v_{\text{bloed}}}{v_{\text{geluid}}} \right) \cos \theta \right] \left[ 1 + \left( \frac{v_{\text{bloed}}}{v_{\text{geluid}}} \right) \cos \theta \right] \\ &\approx f \left[ 1 - 2 \left( \frac{v_{\text{bloed}}}{v_{\text{geluid}}} \right) \cos \theta \right] \end{aligned}$$

We vinden dus voor de frequentieverschuiving  $\Delta f = f - f'' \approx 2 f \left( \frac{v_{\text{bloed}}}{v_{\text{geluid}}} \right) \cos \theta$  waaruit volgt  $v_{\text{bloed}} \approx v_{\text{geluid}} \left( \frac{\Delta f}{f} \right) \frac{1}{2 \cos \theta}$

$$\begin{aligned} \Delta f &= 780 \text{ Hz} & v_{\text{geluid}} &= 1540 \frac{m}{s} \\ v &= 5 \cdot 10^{-6} \text{ Hz} & \theta &= 45^\circ \\ v_{\text{bloed}} &\approx 0,17 \frac{m}{s} \end{aligned}$$

**DEFININGEN** HOOFDSTUK 3

**theorie:**

vlakke EM golven in vacuum (lg lucht)

$\vec{k}$ ,  $\vec{E}$  en  $\vec{B}$  onderling loodrecht en vormen rechthoekig driedubbel en  $\frac{|\vec{E}|}{|\vec{B}|} = c$

In LHM medium  $c \rightarrow c/n$ ;  $\epsilon_0 \rightarrow \epsilon_0 \epsilon_r$ ;  $\mu_0 \rightarrow \mu_0 \mu_r$

lucht  $\approx$  vacuüm

$\vec{E} = \vec{S} = n_{EM} \vec{v} = n_{EM} c \vec{E}_r$  in vacuüm

$I = |\vec{E}_{gem}| = |\vec{S}_{gem}| = (n_{EM})_{gem} c$  in vacuüm

Impulsdichtheid van EM golf (in vacuüm):  $|\vec{p}| = n_{EM} / c$  en gericht volgens voortplantingsrichting golf

stralingsdruk: totale impulsverandering loodrecht op oppervlakte in golf bij inval in st  
(st A)

strallende E- en H- dipool als bron van EM golven

**oef 1**

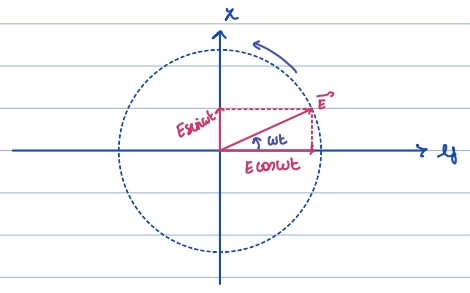
Beschrijf de polarisatietoestand van de golven die door de volgende vergelijkingen worden voorgesteld:

- a)  $E_y = A \cos \omega(t - x/c)$   
 $E_z = A \sin \omega(t - x/c)$
- b)  $E_y = A \cos \omega(t - x/c)$   
 $E_z = -A \cos \omega(t - x/c)$
- c)  $E_y = A \cos \omega(t - x/c)$   
 $E_z = A \cos [\omega(t - x/c) - 3\pi/4]$
- d)  $E_y = A \cos \omega(t - x/c)$   
 $E_z = A \cos [\omega(t - x/c) + \pi/4]$

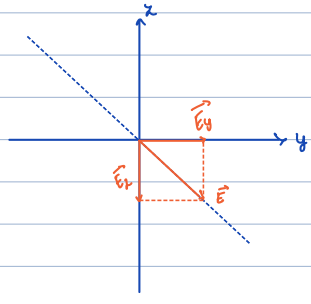
Tip: houd x vast op  $x=0$ .  
Teken ( $E_y, E_z$ ) voor enkele opeenvolgende tijdstippen (0, T/4, T/2, ...) en kijk zo hoe de vector  $\vec{E}$  verandert in de tijd. Als die vector bvb. steeds dezelfde richting houdt (eindpunt op dezelfde rechte) dan spreken we over lineaire polarisatie. Zie sectie 3.3.  
Doe dit voor a) en b). Denk ook kort even na hoe dit er voor c) of d) zou uitzien. Bekijk dan de oplossing van deze oefening op UFORA.

OPL: In alle vier de gevallen hebben we te maken met golven die in de positieve x-richting bewegen. Om hun polarisatie te onderzoeken, volstaat het te kijken naar hoe het elektrisch veld  $\vec{E}$  verandert in het vlak  $x=0$ .

a)  $E_y(x=0) = A \cos \omega t$   
 $E_z(x=0) = A \sin \omega t$   
CIRCULAIRE POLARISATIE



b)  $E_y(x=0) = A \cos \omega t$   
 $E_z(x=0) = -A \cos \omega t$   
 $\vec{E}$  blijft steeds volgens de as  $x=-y$  gericht  
LINEAIRE POLARISATIE



c)  $E_y(x=0) = A \cos \omega t$   
 $E_z(x=0) = A \cos [\omega t - \frac{3\pi}{4}]$   
We schrijven voor de z-component  
 $E_z = A \cos (\omega t - \frac{3\pi}{4}) = A \cos \omega t \cos(-\frac{3\pi}{4}) - A \sin \omega t \sin(-\frac{3\pi}{4})$   
 $= -\frac{\sqrt{2}}{2} A \cos \omega t + \frac{\sqrt{2}}{2} A \sin \omega t$

Om de verschoven berekeningen te vereenvoudigen stellen we  $A=1$ .  
Dit komt neer op het delen van  $E_y$  en  $E_z$  door A.

om de polarisatietoestand in te zien willen we de baan kunnen die het uiteinde van de vector  $\vec{E}$  beschrijft. We willen hiervoor een uitdrukking  $f(E_y, E_z) = 0$  verkrijgen. We merken op dat als  $A=1$

$E_z = -\frac{\sqrt{2}}{2} E_y \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{1 - E_y^2}$

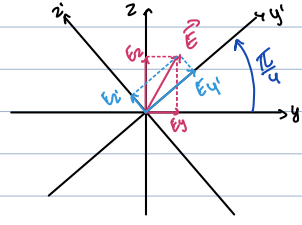
om de wortel te elimineren die de interpretatie bemoeilijkt, vormen we dit om en kwadrateren we

$E_z + \frac{\sqrt{2}}{2} E_y = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{1 - E_y^2}$   
 $E_z^2 + \frac{1}{2} E_y^2 + \sqrt{2} E_y E_z = \frac{1}{2} (1 - E_y^2)$   
 $E_y^2 + E_z^2 + \sqrt{2} E_y E_z = \frac{1}{2}$

Dit is de vergelijking van een ellips.

We kunnen dit beter zien als we overgaan op een ander coördinaatsysteem  $y'$  en  $z'$

$E_{y'} = E_y \cos \alpha - E_z \sin \alpha$   
 $E_{z'} = E_y \sin \alpha + E_z \cos \alpha$   
over een hoek  $\frac{\pi}{4}$ :  
 $E_{y'} = \frac{\sqrt{2}}{2} E_y - \frac{\sqrt{2}}{2} E_z$   
 $E_{z'} = \frac{\sqrt{2}}{2} E_y + \frac{\sqrt{2}}{2} E_z$



wij wijzen dan:  $(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}) E_{y1}^2 + (1 - \frac{\sqrt{2}}{2}) E_{y2}^2 = \frac{1}{2}$

$$\left( \frac{E_{y1}}{\sqrt{1 - \frac{\sqrt{2}}{2}}} \right)^2 + \left( \frac{E_{y2}}{\sqrt{1 + \frac{\sqrt{2}}{2}}} \right)^2 = 1$$

$E_{y1}$  en  $E_{y2}$  voldoen aan de standaardvergelijking van een ellips: **elliptisch gepolariseerd**

hoofdasen = z'-as ( $E_{max}$ ) en y'-as ( $E_{min}$ )

Om de draairichting te bepalen, kijken we naar de afgeleiden:

$$\begin{cases} \frac{dE_{y1}}{dt}(x=0) = -A\omega \sin(\omega t - \frac{3\pi}{4}) \\ \frac{dE_{y2}}{dt}(x=0) = -A\omega \sin(\omega t - \frac{3\pi}{4}) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{dE_{y1}}{dt}(x,t=0) = 0 \\ \frac{dE_{y2}}{dt}(x,t=0) = -A\omega \sin(-\frac{3\pi}{4}) = \frac{A\omega}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

afgeleide in y-richting = 0

afgeleide in x-richting > 0

⇒ **linksdraaiend**

d) analoge aan c

elliptisch gepolariseerd

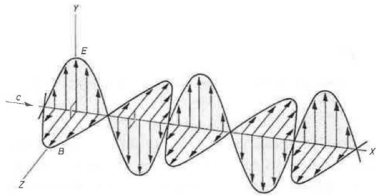
rechtsdraaiend.

oef 2

Een vlakke, harmonische, lineair gepolariseerde elektromagnetische golf met golflengte  $\lambda = 500 \text{ nm}$  loopt in vacuüm in de richting van de x-as.

De intensiteit van de golf is  $0.1 \text{ W/m}^2$

en het trillingsvlak van het elektrische veld is evenwijdig met de y-as.



Tip:  
Sectie 3.4.1  
intensiteit van EM  
golven

Schrijf de vergelijkingen op die de elektrische en magnetische velden van deze golf beschrijven.

Tip:  
Sectie 3.2  
eigenschappen  
van harmonische  
vlakke EM golven

opl:  $\vec{E} = E_0 \sin(kx - \omega t) \vec{e}_y$   $\vec{E}, \vec{B}$  en  $\vec{k}$  vormen immers een rechtshandig assen-

$\vec{B} = B_0 \sin(kx - \omega t) \vec{e}_z$  **juist!** (rechte 3.2, bvb vgl (3.12)!

onbekenden:  $E_0, B_0, k$  en  $\omega$

$k = \frac{2\pi}{\lambda} = 1.26 \cdot 10^7 \text{ rad/m}$

$\omega = kc = 2.47 \cdot 10^{15} \text{ rad/s}$

Met formule (3.24)  $I = \bar{S} = \frac{1}{2} c \epsilon_0 E_0^2 \rightarrow E_0 = \sqrt{\frac{2I}{c \epsilon_0}} = 8.168 \frac{\text{V}}{\text{m}}$

uit formule (3.12) volgt:  $B_0 = \frac{E_0}{c} = 2.9 \cdot 10^{-8} \text{ T}$

oef 3

Harmonische radiogolven bereiken een ontvanger en hebben daar een elektrische veldsterkte met een amplitude van  $10^{-1} \text{ V/m}$ .

Neem aan dat de golf lokaal als vlak kan worden beschouwd en bereken:

a) de amplitude van de magnetische inductie, **Tip: sectie 3.2**

b) de intensiteit van de golf, **Tip: sectie 3.4.1, golven in lucht  $\approx$  vacuüm**

c) de gemiddelde energiedichtheid. **Tip: sectie 3.4.1, en sectie 1.5.1**

d) Onderstel dat het radiotoestel op 1 km afstand van de zender staat en dat de zender isotroop energie uitzendt, dat wil zeggen dat de intensiteit uitgezonden in alle  $(\theta, \phi)$  richtingen dezelfde is.

Bereken het vermogen van de zender. **Tip: sectie 3.4.1, naar het einde van de sectie toe**

opl: a) de amplitude van de magnetische inductie

Op basis van formule (3.12):  $B_0 = \frac{E_0}{c} = 3.34 \cdot 10^{-10} \text{ T}$

b) de intensiteit van de golf

Met formule (3.24), met  $n=1$  en  $E_n=1$ , voor vacuüm of lucht:

$I = \bar{S} = \frac{1}{2} c \epsilon_0 E_0^2 = 1.133 \cdot 10^{-5} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$

c) gemiddelde energiedichtheid

Naar analogie met golven in elastische media (HM, sectie 1.5.1, vgl (1.48))

geldt:  $I = \bar{E}_{EM} = c \bar{u}_{EM} \Rightarrow \bar{u}_{EM} = \frac{I}{c} = 4.44 \cdot 10^{-11} \frac{\text{J}}{\text{m}^3}$

d) vermogen zender: we moeten de lokale intensiteit  $I$  (in  $\text{W/m}^2$ ) integreren over een volledig boloppervlak met straal de afstand tussen bron en radio-ontvanger

$P = \int I dS = I (4\pi r^2) = 4\pi I (1000 \text{ m})^2 = 1.67 \cdot 10^2 \text{ W}$

oef 4

Een lamp schijnt loodrecht op een zwart oppervlak met oppervlakte 1 cm<sup>2</sup> zodat de intensiteit aan dat oppervlak 30 W/m<sup>2</sup> bedraagt. Het licht is monochromatisch (heeft één golflengte) met  $\lambda = 532 \text{ nm}$ .

- a) Bereken de stralingsdruk die dit veroorzaakt.
- b) Bereken in een deeltjesbeeld het aantal fotonen dat per seconde het oppervlak bereikt (en erdoor geabsorbeerd wordt).

opl: a) De stralingsdruk veroorzaakt door een EM golf die loodrecht invalt op een zwart oppervlak (dat alle straling absorbeert) wordt gegeven door (3.31)

$$P_{\text{str}} = \bar{u} = \frac{I}{c} = \frac{30 \text{ W/m}^2}{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}} = 10^{-9} \frac{\text{J}}{\text{m}^3} = 10^{-9} \text{ Pa}$$

b) Een foton met golflengte 532 nm heeft een energie (p.67)  $E = hf = \frac{hc}{\lambda} = 384 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 2,33 \text{ eV}$

Het aantal fotonen dat per tijdseenheid op dit oppervlak invalt  $\Phi$  = de energie die per tijdseenheid invalt, gedeeld door de energie van 1 foton.

$$\Phi = \frac{IA}{E} = \frac{30 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \cdot 1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2}{3,74 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 8 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$$

oef 5

Een stelsel van trillende ladingen, geconcentreerd om een punt, straalt harmonische golven uit met een vermogen van 10<sup>4</sup> W.

Tips: secties 3.4.1, 3.4.2, 3.6.1

Neem aan dat de energie isotroop wordt uitgezonden en bereken voor een punt op 1 m afstand:

- a) de gemiddelde waarde van de grootte van de Poyntingvector,
- b) de amplitude van de elektrische en magnetische velden,
- c) de energie- en impulsdichtheden.
- d) de gemiddelde waarde van de grootte van de Poyntingvector in het horizontale vlak ( $\theta = \frac{\pi}{2}$ ), indien de energie niet isotroop wordt uitgezonden, maar als het stelsel van trillende ladingen zich gedraagt als een verticale trillende elektrische dipool (met dipoolmoment loodrecht op het horizontale vlak, dus).

opl: a) ogenblikkelijke energiestroom door een oppervlak S:  $\frac{dW}{dt} = \int_A c^2 \epsilon_0 (\vec{E} \times \vec{B}) \cdot \vec{e}_n dS = \int_S \vec{S} \cdot \vec{e}_n dA$

totale vermogen:  $P = \int_{\text{bol}} \vec{S} \cdot \vec{e}_n dS = S \cdot 4\pi R^2 = 10^4 \text{ W}$

$R = 1 \text{ m} \Rightarrow 4\pi R^2 = 12,57 \text{ m}^2$

gemidd.  $\vec{S} = \frac{P}{4\pi R^2} = 7,96 \cdot 10^2 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$

b)  $\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} c E_0 E_0 \vec{e}_n \Rightarrow E_0 = \sqrt{\frac{2S}{c\epsilon_0}} = 7,74 \cdot 10^2 \frac{\text{V}}{\text{m}}$  en  $B_0 = \frac{E_0}{c} = 2,58 \cdot 10^{-6} \text{ T}$

c)  $E = c \bar{u}_{EM} \Rightarrow I = c \bar{u}_{EM} = \frac{1}{2} c \epsilon_0 E_0^2$   $\bar{u}_{EM} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E_0^2 = 2,65 \cdot 10^{-6} \frac{\text{J}}{\text{m}^3}$   $\Rightarrow \bar{u} = \frac{\bar{u}_{EM}}{c} = 8,86 \cdot 10^{-15} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

d)  $I = c \bar{u}_{EM} = \frac{P_0^2 \omega^4 \sin^2 \theta}{2 \cdot 4\pi^2 \epsilon_0 c^3 r^2}$   $P_{\text{bol}} = \frac{P_0^2 \omega^4}{12 \pi \epsilon_0 c^3}$

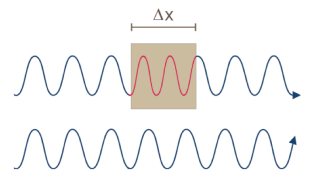
we zien dat:  $I(\theta) = P_{\text{bol}} \frac{3}{8\pi} \frac{\sin^2 \theta}{r^2}$

voor de gevraagde gemiddelde grootte van de Poyntingvector (of I, dus) zijn  $r = 1 \text{ m}$  en  $\sin^2 \theta = \sin^2 \frac{\pi}{2} = 1$ . Op die manier vinden we  $I = 1194 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$ , hoger dan het resultaat in a).

oef 6

Tip: probeer eerst kort zelf. Bekijk dan de oplossing op UFORA

Beschouw een glasplaat met brekingsindex n en dikte  $\Delta x$  die geplaatst is tussen een monochromatische bron S bij  $x=0$  en een waarnemer O bij  $x=x_0$ .



Als een elektromagnetische golf overgaat van een medium (lucht) naar een ander (glas) dan blijft de frequentie van de golf ongewijzigd, maar veranderen – wegens de andere golfsnelheid – de golflengte en het golfgetal wel.

- a) Als men de reflectie aan en absorptie in de glasplaat verwaarloost, dan is het effect van de glasplaat op de tijdsafhankelijkheid van het signaal dat O ontvangt, een faseverschil van  $-\omega(n-1)\Delta x/c$ , maar de amplitude  $E_0$  van de golf verandert niet. Bewijs dit.
- b) Als het faseverschil klein is, omdat  $\Delta x$  klein is of omdat n dicht bij 1 ligt, bewijs dan dat het door O waargenomen signaal kan worden opgevat als de som van het oorspronkelijke signaal met amplitude  $E_0$  en een signaal met amplitude  $E_0 \omega(n-1)\Delta x/c$  en een faseverschuiving van  $-\pi/2$ .

opl: OPMERKING VOORAF:

Als er in! aan de glasplaat geen absorptie of reflectie optreedt, dan is de intensiteit van de golf voor en na de glasplaat dezelfde. In die ruimte (vacuüm of lucht) is ook de faseresnelheid van de golf gelijk. Gelet op de relatie tussen golfamplitude, energiedichtheid en intensiteit is de amplitude van de golf in heel de ruimte buiten de glasplaat dan dus dezelfde.

W blijft onveranderd,  $v = \frac{c}{n}$  en k veranderen wel. In de ruimte buiten de glasplaat is  $k = \omega/c$  en in de glasplaat is het golfgetal  $k' = \frac{\omega}{c/n} = nk$ . De amplitude van de golf verandert niet.

We kijken hoe de golf eruit ziet voorbij de glasplaat, als die niet door de glasplaat zou zijn gegaan of wel.

golf door glasplaat:  $E_1 = E_0 \sin(k(x-\Delta x) + nk\Delta x - \omega t)$

golf door vacuüm:  $E_2 = E_0 \sin(kx - \omega t)$

op de plaats van de waarnemer vinden we dan volgende tijdsafhankelijkheden voor die signalen:  $E_1(t) = E_0 \sin(\omega t - kx_0 - (n-1)k\Delta x) = E_0 \sin(\omega t - kx_0 - (n-1)k\Delta x - \pi)$

$E_2(t) = E_0 \sin(\omega t - kx_0) = E_0 \sin(\omega t - kx_0 - \pi)$

Het signaal van de golf die door de glasplaat is gegaan (1) heeft dus een extra fase t.o.v(t):  $\delta = -(n-1)k\Delta x = -(n-1)\frac{\omega\Delta x}{c}$

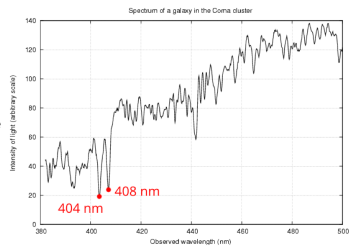
b)  $E_1(t) = E_0 \sin(\omega t - kx_0 + \delta)$   $\sin(a+\delta) = \sin a \cos \delta + \cos a \sin \delta$   
 $\delta$  heel klein veronderstellen:  $\cos \delta \approx 1$  en  $\sin \delta \approx \delta \Rightarrow \sin(a+\delta) \approx \sin a + \delta \cos a$

$\Rightarrow E_1(t) = E_0 \sin(\omega t - kx_0 - \tau) - E_0(n-1)kx \cos(\omega t - kx_0 - \tau)$   
 $= E_0 \sin(\omega t - kx_0 - \tau) + E_0(n-1)kx \sin(\omega t - kx_0 - \tau - \frac{\pi}{2})$   
 $= E_0 \sin(\omega t - kx_0 - \tau) + E_0(n-1) \frac{\omega}{c} \Delta x \sin(\omega t - kx_0 - \tau - \frac{\pi}{2})$   
 = signaal zonder faseplaat = amplitude van erbij = extra fase van dit signaal  
 = geflekt signaal.

oef 7

Hieronder zie je een opgemeten spectrum van een sterrenstelsel op grote afstand van ons verwijderd. De posities van de K- en H-lijnen van calcium zijn aangeduid, die zich voor atomen in rust op 393.3 nm en 396.8 nm bevinden.

Bereken uit deze doppler-verschuiving de snelheid van het sterrenstelsel. Beweeg het naar ons toe of van ons af? Gebruik de gevonden snelheid om de afstand D van dit sterrenstelsel te schatten uit  $D = v/H_0$ .



Gebruik als waarde voor De Hubble constante:  $H_0 \approx 0.0221$  (m/s)/lichtjaar.

TIP:  $\lambda' = \lambda \sqrt{\frac{1+v/c}{1-v/c}}$  dit kan worden afgeleid uit de dopplerfrequentieverschuiving

Toon eerst aan dat je voor kleine golfengteverschuiving  $v$  kunt benaderen door

$v \approx c \frac{\lambda' - \lambda}{\lambda} = c \frac{\Delta \lambda}{\lambda}$

$D = \frac{v}{H_0} \approx 3,4 \cdot 10^8$  lj

OPL: Uit de formule voor het dopplereffect op de frequentie (3.73) en  $\lambda f = c$ , halen we

$\lambda' = \lambda \sqrt{\frac{1+v/c}{1-v/c}}$  met  $v > 0$  als bron en wv van elkaar weg bewegen (relatieve snelheid)

Hieruit volgt:  $\frac{\Delta \lambda}{\lambda} = \sqrt{\frac{1+v/c}{1-v/c}} - 1 \Leftrightarrow \frac{v}{c} = \frac{(1 + \frac{\Delta \lambda}{\lambda})^2 - 1}{(1 + \frac{\Delta \lambda}{\lambda})^2 + 1}$

$\Leftrightarrow \frac{v}{c} = 1 - \frac{2}{(\frac{\Delta \lambda}{\lambda})^2 + 2 \frac{\Delta \lambda}{\lambda} + 2}$

$v \ll c : \lambda' \approx \lambda(1 + \frac{v}{c}) \Leftrightarrow \frac{\Delta \lambda}{\lambda} = \frac{v}{c}$

voor dit stelsel:  $\frac{\Delta \lambda}{\lambda} \approx 0,0277$

Benaderend:  $\frac{v}{c} \approx 0,0277 \rightarrow v \approx 8,313 \cdot 10^6 \frac{m}{s}$

Niet-benaderde:  $\frac{v}{c} \approx 0,0273 \rightarrow v \approx 8,19 \cdot 10^6 \frac{m}{s}$

we mogen dus de benaderende formule gebruiken

Voor grotere golfengteverschuivingen zal de benaderende formule onvoldoende nauwkeurig zijn.

oef 8

De politie voert in de bebouwde kom een flitscontrole uit met behulp van een dopplersnelheidsmeter. Ze gebruiken EM golven met een frequentie van 30 GHz om de snelheid van aankomende wagens te bepalen. Uit de zweepingsfrequentie tussen de uitgezonden en de gereflecteerde golf kan de snelheid van de wagen bepaald worden.

Vanaf welke gemeten zweepingsfrequentie (hier nu voor EM golven, de detector meet de intensiteit van de straling, niet de amplitude) weten ze dat de wagen in kwestie te snel rijdt? ( $> 50$  km/u)

Tip 1: Vergeet niet dat bij snelheidsmeting het dopplereffect 2x optreedt!  
 Je mag ervan uitgaan dat  $v \ll c$ .  
 Tip 2: Zweepingen: denk aan de durf denken vraag bij Lesweek 1 - theorieles 4 op donderdag.

Dopplereffect op uitgezonden golf:  $f' = f \sqrt{\frac{1+v/c}{1-v/c}}$

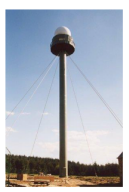
Dopplereffect op gereflecteerde golf:  $f'' = f' \sqrt{\frac{1+v/c}{1-v/c}} = f \frac{1+v/c}{1-v/c}$

De zweepingsfrequentie is dan  $\Delta f = f'' - f = f \left[ \frac{1+v/c}{1-v/c} - 1 \right] = f \frac{2v/c}{1-v/c} = f \frac{2v}{c-v}$   
 $v = 50 \frac{km}{h} = 13,9 \frac{m}{s}$   
 $\Delta f = 2780 \text{ Hz}$  \*  $50 \frac{km}{h} \cdot \frac{1000}{3600} = 13,9 \frac{m}{s}$

Als we weten dat  $\Delta f > 2780 \text{ Hz}$ , dan weten we dat  $v > 50 \frac{km}{h}$

oef 9

Een Doppler weerradar (METEOR 500C) in Wideumont wordt door het KMI gebruikt om neerslag te voorspellen. De radar detecteert regen, sneeuw en hagel. Hij draait continu rond, en zendt pulsen van microgolven (5.64 GHz) uit. Wanneer deze pulsen een neerslagzone doorkruisen, worden ze gedeeltelijk weerkaatst en terug opgevangen door de radar. De sterkte van het teruggekaatste signaal is een maat voor de intensiteit van de neerslag.



Bepaal de snelheid  $v$  en de afstand  $r$  van een regenfront (de bui) als een uitgestuurde puls na 325  $\mu$ s terug wordt gedetecteerd, en de golfengte één 1 nm groter is geworden.

Tips: Hier geldt zeker:  $v \ll c$ . Het gaat ook weer over een snelheidsmeting zoals bij de doppler-radarcontrole.

OPL: De ontvangen golfengte  $\lambda'$  is  $\Delta \lambda$  groter dan de originele golfengte  $\lambda = \frac{c}{f}$ . De bui beweegt weg van de radar. Er breekt bij deze snelheidsmeting opnieuw 2x maal een dopplerverschuiving op bron naar bui:

$\lambda' = \lambda \sqrt{\frac{1+v/c}{1-v/c}}$

bui naar detector:  $\lambda'' = \lambda' \sqrt{\frac{1+v/c}{1-v/c}} = \lambda \frac{1+v/c}{1-v/c}$   $v \ll c \rightarrow \lambda'' = \lambda (1 + \frac{2v}{c})$

$\Rightarrow \Delta \lambda = \lambda'' - \lambda = \lambda \frac{2v}{c} = \frac{c}{f} \frac{2v}{c} = \frac{2v}{f} \Rightarrow v = \frac{f \Delta \lambda}{2} = 2,82 \frac{m}{s} = 10,15 \frac{km}{h}$

Tussen zenden en ontvangen legt de golf een afstand 2x ( $r$  is de afstand tussen radar en bui) af aan een snelheid  $c$ , dus  $\Delta x = c \Delta t \Rightarrow r = \frac{c \Delta t}{2} = 48716 \text{ m}$   
 afronden:  $r = 48,7 \text{ km}$

Merkt op dat de bui tussen zenden en ontvangen van de puls een afstand  $v_{bui} \Delta t = 2,82 \frac{m}{s} \cdot 325 \cdot 10^{-6} \text{ s} = 0,92 \text{ mm}$  heeft afgelegd.

In de afstandsbepaling kan de beweging van de bui dus genegeerd worden.

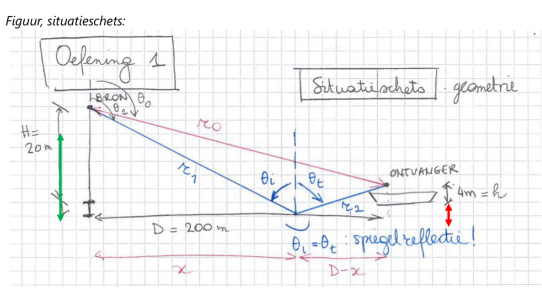


oef 10 Aangepast onderdeel examenjaar 2018-2019, 2e zit

Opgave Tip: sectie 3.6.1 Trillende elektrische dipool

Een kleine GSM antenne (elektrische dipoolstraler, z-richting verticaal, monochromatische golven met  $f = 1.8 \times 10^9$  Hz en een stralingsvermogen van 20 W) staat op een 20 m hoge zendmast aan de oever van een uitgestrekt en heel diep meer. Een GSM gebruiker op een boot op het meer ontvangt de straling van de antenne rechtstreeks en via reflectie op het wateroppervlak. De GSM ontvanger bevindt zich op 4 m boven het wateroppervlak op 200 m van de basis van de zendmast. De boot ligt stil, het is ook een windstille dag, het wateroppervlak mag als perfect vlak beschouwd worden.

- a) Bereken de golflengte van de uitgezonden straling en bepaal het polarisatievlak van de ontvangen straling.
- b) Bereken de grootte van het elektrisch veld van de rechtstreeks ontvangen golfcomponent (die dus geen reflectie heeft ondergaan).
- c) Bereken de grootte van **E** in de golfcomponent die na reflectie op het wateroppervlak van GSM ontvanger bereikt. Gebruik de reflectiewet  $\theta_i = \theta_r$  (invalshoek = terugkaatsingshoek) en veronderstel dat de amplitude bij reflectie niet verandert (volledige reflectie).



**Opmerking:** de golf zal natuurlijk niet volledig worden teruggekaatst, maar dat is leerstof uit hoofdstuk 4! In dat hoofdstuk zal ook de terugkaatsingswet worden afgeleid!  
**Bijkomende tip:** na reflectie aan het wateroppervlak blijft de golf zich als een sferische golf uitbreiden: de amplitude blijft 1/r afhankelijk waarbij r nu de som van de afgelegde weg voor en na reflectie voorstelt.

opl: a) De golf plant zich voort in lucht, de brekingsindex ligt heel dicht bij  $n=1$ . De fase snelheid is  $c \Rightarrow \lambda = \frac{c}{f} = 0.167 \text{ m} = 16.7 \text{ cm}$   
 De golf wordt geproduceerd door een elektrische dipoolstraler. Bij dit type straler is de polarisatie lineair, in het vlak bepaald door de dipool (vector) en de ontvanger. De polarisatie richting (richting van **E** veld) ligt nu dus in het vlak van de figuur.

b) formules sectie 3.6.1:  
 met  $P_{\text{bron}} = \frac{P_0^2 \omega^4}{16\pi\epsilon_0 c^3} \Rightarrow P_0 = 3.316 \cdot 10^{-12} \text{ W/m}^2$   $|E_0| = \frac{P_0 \sin\theta}{4\pi\epsilon_0 r} \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 = 0.211 \frac{\text{V}}{\text{m}}$   
 $r_0 = \sqrt{D^2 + (H-h)^2} = 200.64 \text{ m}$  en  $\theta_0 = \pi - \arctan\left(\frac{D}{H-h}\right) = 94.6^\circ$

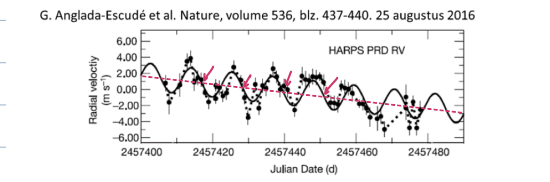
c) We bepalen eerst het punt x waar de EM "straal" het wateroppervlak bereikt.  
 $\frac{x}{H} = \cot\theta_i = \cot\theta_r = \frac{D-x}{h} \Leftrightarrow x = \frac{DH}{H+h} = 16.7 \text{ m}$  en  $D-x = 33 \text{ m}$   
 $r_1 = \sqrt{x^2 + H^2} = 167.186 \text{ m}$   $r_2 = \sqrt{(D-x)^2 + h^2} = 33.157 \text{ m}$   $R = r_1 + r_2 = 201.43 \text{ m}$   $\theta_1 = 96.8^\circ$

$|E_0| = \frac{P_0 \sin\theta}{4\pi\epsilon_0 R} \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 = 0.209 \frac{\text{V}}{\text{m}}$

oef 11 Tip: sectie 3.7.5 Dopplereffect

Op 25 augustus werd de ontdekking van een exoplaneet bij de ster Proxima Centauri bekend gemaakt. Deze planeet zou zich in de "bewoonbare" zone omheen zijn ster bevinden (condities van gravitatie, temperatuur en lichtsterkte die leven mogelijk maken). Proxima Centauri bevindt zich op ongeveer 4 lichtjaar van de zon en de ontdekte planeet zou naar alle waarschijnlijkheid de dichtste zijn waarop leven mogelijk is (of, op zijn minst, kan zijn). Deze planeet is (nog) niet rechtstreeks met een telescoop waargenomen. De ontdekking gebeurde via de invloed van de baanbeweging van deze planeet op de radiële snelheid van de ster Proxima Centauri ten opzichte van de aarde (de planeet en de ster bewegen immers allebei om het massamiddelpunt van deze twee lichamen).

Deze radiële snelheid werd op zijn beurt gemeten via de verschuiving van de rode H $\alpha$  lijn in het spectrum van de ster (onverschoven  $\lambda(H\alpha) = 656.4522552 \text{ nm}$ ). De gemeten harmonische verandering in de radiële snelheid heeft een amplitude van 1,38 m/s en een periode van 11,2 dagen (omlooptijd van de planeet).



Tijdsafhankelijkheid van de radiële snelheidsverandering (ten opzichte van de aarde) van Proxima Centauri, ten gevolge van de baanbeweging van een exoplaneet, gemeten over een tijdsperiode van ongeveer 70 dagen. Gevulde cirkels met foutenvlaggen stellen meetpunten voor, de volle lijn is een simulatie, waarbij bovenop een traag variërend signaal een harmonisch signaal  $A \sin(2\pi t/P)$  is gesuperponeerd, met  $A = 1,38 \text{ m/s}$  en  $P = 11,2$  dagen.

- Gevraagd**
- a) Duid op de figuur een ogenblik aan binnen de observatietijd waarop de exoplaneet zich op een lokaal minimale afstand van de aarde bevond. Motiveer je antwoord aan de hand van een figuur met posities van de aarde, de ster en de exoplaneet.
  - b) Bereken de maximale en minimale golflengte gemeten voor de H $\alpha$  lijn. Met de trage (in de grafiek ongeveer lineaire) variatie in het signaal moet je geen rekening houden.

opl: op de met pijlen aangegeve plaatsen staat de planeet het dichtst bij de aarde. Op de aangewezen plaatsen is de radiële snelheid tov de aarde (ongeveer) 0 m/s (het blanke lineaire verloop van de snelheid - streepje lijn - wordt weggelaten), de ster bereikt dus een extreme radiële positie. Net ervoor was de snelheid positief en net erna wordt die negatief. Het gaat dus om een maximum. Ster en planeet bewegen rond het massamiddelpunt van de 2 lichamen. Als de ster het verot van de aarde af gaat, dan gaat de planeet het dichtst.

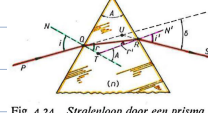
voor kleine snelheden tov de lichtsnelheid  $\lambda \approx c \frac{\lambda' - \lambda}{\lambda} = c \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \Leftrightarrow \Delta\lambda = \lambda \frac{v}{c} = \pm 3.0 \cdot 10^{-5} \text{ m}$   
 $\lambda_{\text{min}} = 656.4522522 \text{ nm}$   $\hookrightarrow$  max radiële  
 $\lambda_{\text{max}} = 656.4522582 \text{ nm}$  snelheid =  $1.38 \frac{\text{m}}{\text{s}}$   
minimale:  $-1.38 \frac{\text{m}}{\text{s}}$



**DEFINITIONEN** Hoofdstuk 4

Dispersie: verschillende golfenlengtes worden onder andere hoek gebroken bij doorgang door prisma.

minimumdeviatie bij een prisma:



Wet snel:  $n \sin i = n' \sin r$  en  $n' \sin i' = n \sin r'$

Driehoek  $\Delta QRT$ :  $r + r' + 180^\circ - A = 180^\circ$

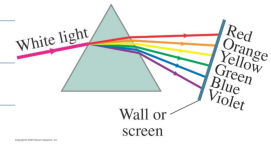
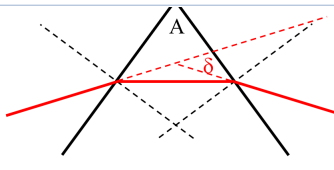
$\Rightarrow r + r' = A$

vierhoek  $\square VRTQ$ :  $i + 180^\circ - A + i' + 180^\circ - S = 360^\circ \Rightarrow i + i' - A = S$

$\frac{ds}{di} = 1 + \frac{di'}{di} = 0 \Rightarrow \frac{di'}{di} = -1$

wet van snel afleiden:  $\frac{di'}{di} = \frac{\cos i \cos r'}{\cos i' \cos r} \frac{dn'}{dn} = -1$

$n = \frac{n' \sin i'}{\sin r'} = \frac{n' \sin i}{\sin r} \Rightarrow \frac{n' \sin i'}{\sin r'} = 1$



Minimumdeviatie:  $S = S_{min}$

$\Rightarrow x = \frac{A}{2} \quad i = (A + S_{min})/2$

$n = \frac{n' \sin i'}{\sin r'} = \frac{n' \sin \left[ \frac{A + S_{min}}{2} \right]}{\sin \left[ \frac{A}{2} \right]}$

Def 1

Bereken transmissiecoëfficiënt T en reflectiecoëfficiënt R bij de verbinding van een koper- en een staaddraad met dezelfde doorsnede ( $r = 1 \text{ mm}$ ) voor een invallende transversale golf met een frequentie van 10 Hz en een amplitude van 2 cm bij een spankracht van 50 N.

OP: (4.22):  $R = \frac{D_{02}}{D_{01}} = \frac{\sqrt{\mu_1} - \sqrt{\mu_2}}{\sqrt{\mu_1} + \sqrt{\mu_2}} \quad T = \frac{D_{02}}{D_{01}} = \frac{2\sqrt{\mu_1}}{\sqrt{\mu_1} + \sqrt{\mu_2}}$

Maak de berekening voor overgang van koper naar staal, en ook voor staal naar koper. Bereken ook telkens de fractie van de golfintensiteit die wordt teruggekaatst en die wordt doorgelaten.

De lineaire massadichtheid van de snaven wordt gegeven door de volumemassadichtheid "vermenigvuldigd met de oppervlakte A van de doorsnede van de draad. Die oppervlakte is voor beide draden dezelfde.

In de teller en noemer van R en T op deze wijze manier voorkomt, dus, uitgaat uit de vergelijkingen:

$R = \frac{\sqrt{\rho_1} - \sqrt{\rho_2}}{\sqrt{\rho_1} + \sqrt{\rho_2}} \quad T = \frac{2\sqrt{\rho_1}}{\sqrt{\rho_1} + \sqrt{\rho_2}}$

Gegevens: volumemassadichtheid (soortelijke massa) van Cu en staal:

$\rho_{Cu} = 8.89 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$   
 $\rho_{staal} = 7.80 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$

Tip 1: Theorie in secties 1.3.2; 4.3.3 en 4.3.4  
Tip 2: Bij reflectie en breking wordt voldaan aan behoud van energie/intensiteit

overgang Cu naar staal:

$\rho_1 = 8.89 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad \rho_2 = 7.80 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$   
van dicht naar ijf medium:  $R = \frac{\sqrt{\rho_1} - \sqrt{\rho_2}}{\sqrt{\rho_1} + \sqrt{\rho_2}} = 0.0327$  en  $T = \frac{2\sqrt{\rho_1}}{\sqrt{\rho_1} + \sqrt{\rho_2}}$

de gereflecteerde en invallende golf zijn in fase ( $R > 0$ ) en  $T > 1$ . De dichtheid van de 2 media is echter niet sterk verschillend. Mochten de 2 media dezelfde dichtheid hebben, dan zou er geen gereflecteerde golf optreden en zou  $T = 1$ . Voor deze 2 subtiel verschillende media is  $R \ll 1$  en  $T \approx 1$ .

vgl (4.28):  $\frac{I_R}{I_i} = R^2 = 0.0011$

behoud van intensiteit:  $\frac{I_2}{I_i} = 1 - R^2 = 0.9989$

overgang staal naar Cu:

$\rho_1 = 7.80 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  en  $\rho_2 = 8.89 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  We gaan dus over van een iets minder dichte naar een dichtere medium.  
 $R = -0.0327$  en  $T = 0.9673$

"ijf"  $\rightarrow$  dicht medium: gereflecteerde en invallende golf in tegenfase ( $R < 0$ ) en  $T < 1$ .

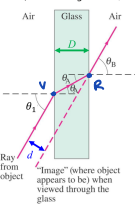
vgl (4.28):  $\frac{I_R}{I_i} = R^2 = 0.0011$

wet van behoud van intensiteit:  $\frac{I_2}{I_i} = 1 - R^2 = 0.9989$

Def 2

Licht valt vanuit lucht ( $n = 1$ ) onder een hoek  $\theta_1$  met de normaal in op een planparallelle glasplaat (een plaat met twee evenwijdige, vlakke scheidingvlakken) met brekingsindex n, zoals aangegeven in de figuur (Fig. 32.8 uit Giancoli, Deel 2).

- Toon aan dat de straal in lucht, na doorgang door de plaat, evenwijdig is met de invallende straal, of  $\theta_1 = \theta_2$ .
- Bereken de zijdelingse verplaatsing van de straal d als functie van de dikte van de plaat D en de invalshoek  $\theta_1$  en de brekingshoek  $\theta_2$ .
- De dikte van de glasplaat is 2 cm, de brekingsindex van het glas  $n = 1.52$  en  $\theta_1 = 45^\circ$ . Bereken de zijdelingse verplaatsing van de straal.



OP: 1) wet van snel toepassen op de overgang van lucht naar glas levert  $n \sin \theta_1 = n \sin \theta_2$

Aangezien de 2 scheidingvlakken van de plaat evenwijdig zijn, zijn de normalen op 2 vlakken ook evenwijdig.

wet van snel:  $n \sin \theta_2 = n \sin \theta_3$

$\Rightarrow \sin \theta_1 = \sin \theta_3 \Rightarrow \theta_1 = \theta_3$

en omdat de 2 normalen ook evenwijdig zijn, betekent dit dat de invallende en uitgaande straal evenwijdig zijn.

2)  $\sin \theta_1 = \frac{D}{d \cos \theta_1} \Rightarrow d = \frac{D \sin(\theta_3 - \theta_2)}{\cos \theta_1}$

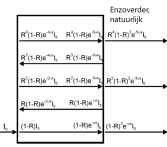
3)  $\theta_1 = 45^\circ \Rightarrow \theta_2 = \text{bgsin} \left( \frac{\sin 45^\circ}{1.52} \right) = 27.7^\circ$   
 $\Rightarrow d = \frac{D \sin(\theta_3 - \theta_2)}{\cos(\theta_1)} = 0.67 \text{ cm} = 6.7 \text{ mm}$

$\Rightarrow d = \frac{D \sin(\theta_3 - \theta_2)}{\cos \theta_1}$

oef 3

(a) Een vlakke lichtgolf valt vanuit lucht loodrecht in op het vlakke scheidingsooppervlak met glas ( $n = 1.52$ , half oneindig medium). Welke fractie van de lichtintensiteit wordt aan het oppervlak gereflecteerd, en welke fractie wordt doorgelaten?

(b) Onderstel nu dat het licht nu loodrecht invalt op een parallelle glasplaat, in plaats van op een half oneindig medium. Aan elk scheidingsooppervlak lucht/glas wordt nu een gedeelte van de invallende lichtintensiteit gereflecteerd, en een deel doorgelaten. We veronderstellen dat er in de glasplaat geen absorptie optreedt, en dat de glasplaat voldoende dik is zodat er geen interferentie-effecten optreden (lesweek 5). Dan mogen de intensiteiten van de stralen die rechtstreeks door de plaat heengaan en die die na meerdere interne reflecties door de plaat gaan (zie figuur, met  $a = 0$  en  $R$  de fractie doorgelaten intensiteit), gewoon worden opgeteld. Bereken ook in dit geval de intensiteit die doorgelaten wordt door de plaat en de intensiteit die wordt gereflecteerd.



OPL: a) uit de Fresnelcoëfficiënt (4.31) of (4.33) bij  $\theta_1 = \theta_2 = 0$  vinden we voor  $n_1 = 1$  en  $n_2 = n = 1.52$ :  $R = \frac{1-n}{1+n}$

De verhouding van de invallende en gereflecteerde intensiteit  $R$  wordt dan  $R = R^2 = \left(\frac{1-n}{1+n}\right)^2 = 0.093$

Behoud van energie:  $T = 1 - R = 0.907$

b) De fractie van het invallende licht dat door de plaat wordt doorgelaten, is de som van alle fracties teruggegaan aan de rechterkant van de figuur. Met  $a = 0$  (geen absorptie in de plaat) vinden we:

$$[(1-R)^2 + R^2(1-R)^2 + R^4(1-R)^2 + \dots] I_0$$

Rekening houdend met (1a) ( $a=0$ ):  $[1 + a + a^2 + a^3 + \dots] = \frac{1}{1-a}$  vinden we dan:  $\frac{(1-R)^2 I_0}{1-R^2}$

(1a) invullen. We vinden voor de doorgelaten intensiteit:  $0.918 I_0$  (91.8% transmissie van de invallende intensiteit)

met energie behoud vinden we voor de gereflecteerde intensiteit:  $0.082 I_0$  (8.2% reflectie van de invallende intensiteit)

oef 4

De brekingsindex van een bepaald soort glas is 1.5. Bereken de inval- en brekingshoek waarbij het teruggekaatste licht volledig lineair wordt gepolariseerd.

Bereken eveneens de kritische hoek voor totale interne reflectie.

Tip 1: Polarisatie- of Brewsterhoek Sectie 4.3.5  
Tip 2: Totale interne reflectie Sectie 4.3

OPL: • lucht  $\rightarrow$  glas:  $n_1 = n_{\text{lucht}} = 1$   
 $n_2 = n_{\text{glas}} = 1.5$

•  $\theta_1$  ende nu  $R_{\perp} = 0$ :  $\theta_1$  is de Brewsterhoek (4.35)

$$\tan \theta_1 = \frac{n_2}{n_1} = \frac{1.5}{1}$$

$$\theta_1 = 56.31^\circ$$

$$\theta_2 = \frac{\pi}{2} - \theta_1 = 33.69^\circ$$

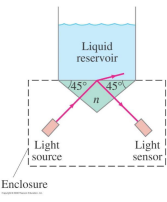
• Voor de kritische hoek bij overgang van optisch dichtere (glas) naar optisch zijkere materie (lucht) geldt:  $n \sin \theta_c = 1 \Rightarrow \theta_c = 41.81^\circ$

oef 5

De figuur toont een vloeistofdetecterend prisma, dat zou kunnen worden gebruikt in een wasmachine of een ander waterverbruikend toestel. Als de horizontale zijde van het prisma niet bedekt is met vloeistof, dan wordt de lichtbundel volledig gereflecteerd en ontvangt de sensor een maximale lichtintensiteit. De brekingsindex van het prisma dient te gekozen te worden dat indien er wel vloeistof in het reservoir staat, een deel van het invallende licht naar de vloeistof gebroken wordt, en het signaal op de sensor dus zwakker wordt. Het prisma heeft basishoeken van  $45^\circ$  en het licht van de bron valt loodrecht in op zijn schuine zijden. Onderstel dat het ontworpen wordt om water te detecteren ( $n = 1.333$ ).

a) Bepaal het bereik in brekingsindex  $n$  waarin het prisma kan werken.

b) Onderstel nu  $n = 1.6$  gekozen. Bepaal de fractie van de (niet gepolariseerde) lichtintensiteit die op bovenvlak invalt, die naar water doorgelaten wordt.



OPL: a) Een eerste voorwaarde is dat licht op het bovenvlak totaal intern gereflecteerd aan het medium in het reservoir lucht is. De invalshoek op het bovenvlak van het prisma is  $45^\circ$  (op dit zelf na!).  $45^\circ$  moet dus groter zijn dan de kritische hoek bij overgang van het prisma naar lucht:

$$n \sin \theta_c = n_{\text{lucht}} \Rightarrow n > \sqrt{2} = 1.414$$

Anderzijds mag er bij contact tussen de bovenzijde van het prisma en water geen totale interne reflectie optreden.  $45^\circ$  moet dus kleiner zijn dan de kritische hoek voor overgang van het prisma naar water  $n \sin \theta_c = n_{\text{water}} = 1.333$ . Dit levert een bovengrens op de brekingsindex van het prisma:  $n < 1.385$ .

Het gezachte bereik is dus:  $1.414 < n < 1.385$ . De brekingsindex in deel b van de vraag ligt juist mooi middenen.

b)  $I_i = \frac{1}{2} \frac{c}{n_1} \epsilon_0 E_0^2 \cos \theta_1 = \frac{1}{2} (n_1 \epsilon_0 E_0^2 \cos \theta_1)$   
 $I_r = \frac{1}{2} n_2 \epsilon_0 T^2 E_0^2 \cos \theta_2$

of  $I_i = I_r + I_t$  (behoud van intensiteit)

$$I_r = \frac{1}{2} n_1 \epsilon_0 R^2 E_0^2 \cos \theta_1 \Rightarrow \frac{I_r}{I_i} = R^2 \text{ en } \frac{I_t}{I_i} = 1 - R^2$$

Aangezien het invallende licht niet gepolariseerd is (en bij loodrechte inval op de ondervlakken ook niet gepolariseerd wordt), kunnen we ervan uitgaan dat bij inval op het bovenvlak de helft van de intensiteit  $\pi$  en de helft  $\sigma$  gepolariseerd is.

Wet van Snell:  $n \sin \theta_2 = n_{\text{water}} \sin \theta_1 \Rightarrow \theta_2 = 58.1^\circ$

$$n_1 = 1.6; n_2 = 1.333$$

$$\Rightarrow R_{\pi} = -0.051 \text{ en } R_{\sigma} = 0.232$$

De doorgelaten fractie voor polarisatie  $1 - R_{\pi}^2 = 0.997$  en voor  $\sigma$  polarisatie  $1 - R_{\sigma}^2 = 0.946$ . We vinden voor ongepolariseerd licht (50%  $\pi$  en 50%  $\sigma$ ) dan een doorgelaten fractie van  $\frac{0.997 + 0.946}{2} = 0.972$ .

oef 6

In de ionosfeer, op ongeveer 100 km boven het aardoppervlak, bereikt de elektrische geleidbaarheid  $\sigma$  een maximum van ongeveer  $5 \times 10^{-4} \Omega^{-1}m^{-1}$ .  
Bereken de golflengte in lucht en de indringdiepte op deze hoogte in de ionosfeer voor elektromagnetische golven met een frequentie van 200 kHz (LW radiogolfgedebied).

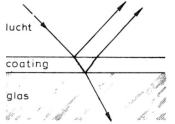
TIP: Sectie 4.6 - EM golven in geleidende media

opl: De afglengte voor EM golven met een frequentie  $f = 200 \text{ kHz}$  is  $\lambda = \frac{c}{f_{\text{lucht}}} \approx \frac{c}{f} = 1.5 \cdot 10^3 \text{ m} = 1.5 \text{ km}$

De indringdiepte voor EM golven in een geleidend medium halen we uit sectie 4.6., vgl (4.52)  
$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\sigma \mu \omega}} = \sqrt{\frac{1}{\pi \sigma \mu f}} = 50 \text{ m}$$

oef 7

Op een glasplaat (brekingsindex  $n_g$ ) is een dun laagje plastic (brekingsindex  $n_c$ ) aangebracht.  
Bewijs dat bij loodrechte inval de reflectiecoëfficiënten tussen lucht en plastic, en tussen plastic en glas even groot zijn als  $n_c = \sqrt{n_l n_g}$  met de brekingsindex van lucht.  
Bereken voor  $n_c = \sqrt{n_l n_g}$  de verhouding van de reflectiecoëfficiënten als de invalshoek  $10^\circ$  is en  $n_g = 1.52$ . Maak het onderscheid tussen de twee mogelijke polarisatietoestanden.



Tip: Fresnelcoëfficiënten 4.3.5

opl: a) Toon aan dat ( $l =$  lucht en  $c =$  plastic coating) bij loodrechte inval, zijn de Fresnelcoëfficiënten voor  $s$  en  $\pi$  polarisatie identiek. Ten andere, voor loodrechte inval kan men eigenlijk niet over  $s$  en  $p$  polarisatie spreken.

$$\vec{R}_{\pi} = \vec{R}_s = \vec{R}' = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}$$

We stellen  $n_c = \sqrt{n_l n_g}$ .  $\vec{R}'$  bij overgang van lucht naar coating wordt dan 
$$\vec{R}'_{lc} = \frac{n_l - n_c}{n_l + n_c} = \frac{n_l - \sqrt{n_l n_g}}{n_l + \sqrt{n_l n_g}} = \frac{\sqrt{n_l} - \sqrt{n_g}}{\sqrt{n_l} + \sqrt{n_g}}$$

R bij overgang van coating naar glas wordt 
$$\vec{R}'_{cg} = \frac{n_c - n_g}{n_c + n_g} = \frac{\sqrt{n_l n_g} - n_g}{\sqrt{n_l n_g} + n_g} = \frac{\sqrt{n_l} - \sqrt{n_g}}{\sqrt{n_l} + \sqrt{n_g}}$$
 Dus  $\vec{R}'_{lc} = \vec{R}'_{cg}$

b)  $\vec{R}_{s,lc} / \vec{R}_{s,lc}$  voor  $\theta_1 = 10^\circ$

Bepaal de inval- en brekingshoeken voor lucht ( $l$ ), glas ( $g$ ) en de plastic coating ( $c$ ). max de wet van Snell ( $n_c = 1$  tenzij expliciet anders vermeld.)

$n_c = \sqrt{n_l n_g} = \sqrt{1.52} = 1.23$

$n_l \sin \theta_{1,lc} = n_c \sin \theta_{2,lc} \Rightarrow \theta_{2,lc} = \arcsin\left(\frac{n_l}{n_c} \sin \theta_{1,lc}\right) = 8.1^\circ$

$\theta_{1,cg} = \theta_{2,lc}$

$n_c \sin \theta_{1,cg} = n_g \sin \theta_{2,cg} \Rightarrow \theta_{2,cg} = \arcsin\left(\frac{n_c}{n_g} \sin \theta_{1,cg}\right) = 6.6^\circ$

$\vec{R}'_s$ ?

$R_{\pi,lc} = \frac{n_l \cos \theta_{2,lc} - n_c \cos \theta_{1,lc}}{n_l \cos \theta_{2,lc} + n_c \cos \theta_{1,lc}} = -0.1013$

$\vec{R}'_{s,lc} = \frac{n_l \cos \theta_{1,lc} - n_c \cos \theta_{2,lc}}{n_l \cos \theta_{1,lc} + n_c \cos \theta_{2,lc}} = \frac{1 \cos(10^\circ) - 1.23 \cos(8.1^\circ)}{1 \cos(10^\circ) + 1.23 \cos(8.1^\circ)} = -0.106$

$R_{\pi,cg} = \frac{n_c \cos \theta_{2,cg} - n_g \cos \theta_{1,cg}}{n_c \cos \theta_{2,cg} + n_g \cos \theta_{1,cg}} = -0.0932$

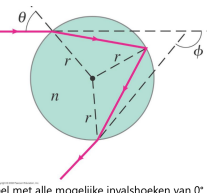
$\vec{R}'_{s,cg} = \frac{n_c \cos \theta_{1,cg} - n_g \cos \theta_{2,cg}}{n_c \cos \theta_{1,cg} + n_g \cos \theta_{2,cg}} = -0.107$

$\Rightarrow \vec{R}'_{\pi,lc} / \vec{R}'_{\pi,cg} = 1.04$

$\Rightarrow \vec{R}'_{s,lc} / \vec{R}'_{s,cg} = 0.99$

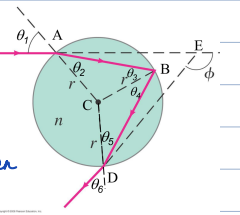
oef 8

- Beschouw een zonnestraal die vanuit lucht op een bolvormige regendruppel invalt met straal  $r$  en brekingsindex  $n$  (zie figuur). Laat  $\theta$  de invalshoek zijn, en onderstel dat het licht de baan uitgetekend in de figuur volgt. De hoek waaronder de invallende straal verstrooid (ten opzichte van de invalrichting) noemen we  $\phi$ , zoals in de figuur aangegeven.
- a) Toon aan:  $\phi = 180^\circ + 2\theta - 4 \arcsin\left(\frac{\sin \theta}{n}\right)$
- b) De evenwijdige zonnestralen belichten de druppel met alle mogelijke invalshoeken van  $0^\circ$  tot  $90^\circ$ . Maak een grafiek  $\phi(\theta)$  voor  $n_{water} = 1.333$  met behulp van een rekenpakket (bvb. Python).
- c) Uit b) volgt dat voor een groot  $\theta$  bereik nagenoeg dezelfde  $\phi$  teruggevonden wordt. Voor welk bereik van invalshoeken wijkt  $\phi$  niet meer dan  $10^\circ$  af van  $138^\circ$ ? OPM: samen met dispersie (n fte. van  $\lambda$ ) verklaart dit het ontstaan van regenbogen. (deel d) op volgende dia).
- d) Dit uit de natuur bekende principe wordt ook in technologische problemen toegepast. Verf die gebruikt wordt op routeborden op snelwegen bevat vaak kleine doorzichtige bolletjes die de tekst op de borden 's nachts extra "in de verf zetten" door terugkaatsing van het licht van autolampen dat erop invalt. Het doel is nu om stralen in dezelfde richting waarin ze invallen terug te sturen ( $\phi = 180^\circ$ ). Bepaal welke brekingsindex de bolletjes moeten hebben, als je je mag beperken tot stralen met kleine invalshoek  $\theta$  waarvoor  $\sin \theta \approx \theta$ .



OPL: Aan de achterzijde van de druppel geldt de terugkaatsingswet  $\theta_3 = \theta_4$ .

$\Delta ABC$  en  $\Delta BCD$  zijn gelijkbenig, zodat  $\theta_3 = \theta_2$  en  $\theta_4 = \theta_5$ . Dit betekent dat  $\theta_2 = \theta_3$  wegens de wet van Snell ook  $\theta_1 = \theta_6$ . Hierdoor is BC evenwijdig met de bissectrice van de hoek AED. De hoek ACB is  $180^\circ - 2\theta_2$ . De hoek AEC wordt dan  $180^\circ - (180^\circ - 2\theta_2) - \theta_1 = 2\theta_2 - \theta_1$ .



$\phi = 180^\circ - 2 \cdot \text{hoek}(AEC) = 180^\circ - 4\theta_2 + 2\theta_1$

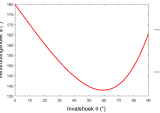
$\theta_1$  en  $\theta_2$  worden verbonden door de wet van Snell zodat  $\theta_2 = \arcsin\left(\frac{\sin \theta_1}{n}\right)$ . En dus vinden we uiteindelijk:

$$\phi = 180^\circ + 2\theta - 4 \arcsin\left(\frac{\sin \theta}{n}\right)$$

b)  $n = 1.333$

c) In de gegevenbreide numerieke data werd aangegeven dat  $\phi < 148^\circ$  in het bereik  $35.5^\circ < \theta < 71.5^\circ$ . Dit kan ook analytisch uitgerekend worden, maar dit levert op een nieuw inzicht.

We zien uit de figuur dat  $\phi \approx 140^\circ$



d) We willen nu dat voor kleine  $\theta$  de verstrooiingshoek  $180^\circ$  wordt, zodat invallende lichtstralen in dezelfde richting (maar tegengestelde zin) worden teruggestuurd.

$\phi = 180^\circ + 2\theta - 4 \arcsin\left(\frac{\sin \theta}{n}\right) \Rightarrow \phi = 180^\circ + 2\theta - \frac{4\theta}{n}$  zodat  $\phi = 180^\circ$  vinden  $n = 2$ .

$\sin \theta = \theta = \arcsin \theta$

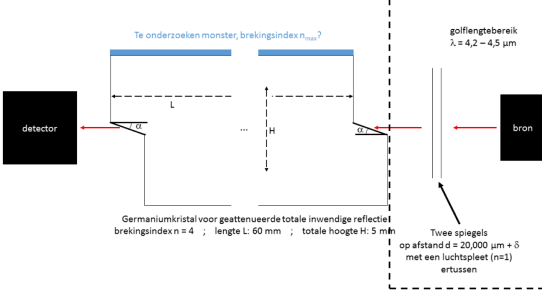
oef 9 (gebaseerd op een oude examenvraag)

Een fysicus bouwt een spectrometer voor hoge gevoeligheid en hoge resolutie optische absorptiemetingen in het spectrale bereik  $\lambda = 4.2 - 4.5 \mu\text{m}$ . De bouw van deze spectrometer is schematisch weergegeven in de figuur in volgende dia. Het licht dat de bron verlaat is een evenwijdige bundel (vlakke golf), lineair gepolariseerd in het vlak van de figuur.

Om de hoge gevoeligheid te halen, wordt er gebruik gemaakt van het principe van geattenueerde totale interne reflectie. Het te onderzoeken monster wordt in contact gebracht met een planparallel germaniumkristal (dikte 5 mm, lengte 60 mm, dat een zeer hoge brekingsindex heeft ( $n=4$ , mag constant worden ondersteld in dit beperkte golflengtebereik). Om verlies aan intensiteit bij het inkoppelen van het licht en hinderlijke reflecties bij het uitkoppelen te vermijden, wordt ter hoogte waar de lichtbundel invalt (en uittreedt) een scherpe hoek  $\alpha$  aan de zijkant van het kristal gezet (zie figuur).

- a) Bereken de grootte van de hoek  $\alpha$
- b) Bereken de hoek die de in het germaniumkristal gebroken lichtbundel maakt met de normaal op het ondervlak van het germaniumkristal.
- c) Bereken de maximale waarde van de brekingsindex van het sample opdat er ook aan de bovenzijde totale inwendige reflectie zou optreden.
- d) Bereken hoeveel keer de lichtbundel aan de bovenzijde van het kristal inwendig wordt gereflecteerd, vooraleer die het kristal verlaat naar de detector.

Figuur



Dit gedeelte van de opstelling hoort bij een ander deel van de vraag, is nu van geen belang

OPL:

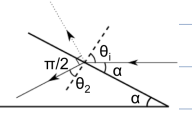
a) Omdat de invalshoek overeenkomt met de Brewsterhoek, is er geen sferische component in het invallend vlak ("maximale transmissie bij inkoppelen, geen reflectie bij uitkoppelen").

De voorwaarde van de Brewsterhoek is:  $\theta_i + \theta_r = \frac{\pi}{2}$

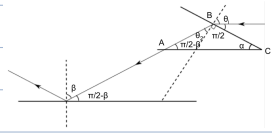
+ wet van Snell:  $\tan \theta_i = \frac{n_2}{n_1} = 4$

uit de goniometrie van de breking volgt dan:  $\theta_i + \alpha = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \theta_i = \frac{\pi}{2} - \alpha$

$\tan(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{1}{4} \Rightarrow \alpha = \arctan \frac{1}{4} = 14,04^\circ$



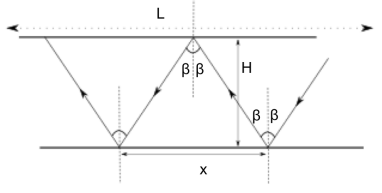
b) De invalshoek  $\beta$  op het ondervlak van het germaniumkristal. Op basis van de voorwaarde van de Brewsterhoek weten we dat  $\theta_r = \frac{\pi}{2} - \theta_i$  maar uit a) bekwamen we  $\theta_i = \frac{\pi}{2} - \alpha$  wat dus geeft dat  $\theta_r = \frac{\pi}{2} - (\frac{\pi}{2} - \alpha) = \alpha$ . In de driehoek ABC geldt  $\pi = (\frac{\pi}{2} - \theta_r) + \alpha + (\frac{\pi}{2} - \beta) = \pi + 2\alpha - \beta$  of nog:  $\beta = 2\alpha = 28,08^\circ$



c) Totale reflectie treedt op als de invalshoek  $\beta$  groter is dan de kritische hoek  $\theta_c$ , bepaald door de voorwaarde dat na breking (toepassing wet van Snell)  $\theta_2 = \frac{\pi}{2}$  of  $\sin \theta_2 = 1$ . Dit levert dus via de wet van Snell de voorwaarde  $\sin \theta_c = \frac{n_2}{n_1}$  op. Aangezien de invalshoek groter of gelijk aan de kritische hoek moet blijven, legt dit een bovengrenze op de brekingsindex van het sample  $n_2$  op:  $n_2 \leq n_1 \sin \beta = 1,38$

d) Tussen 2 opeenvolgende reflecties aan de onderzijde (of bovenzijde) van het kristal legt de golf een afstand  $x$  af. Uit de goniometrie van probleem volgt dat  $x = L \tan \beta = 2H \tan 2\alpha$

Het aantal reflecties op de boven of onderzijde vinden we dan terug door  $\frac{L}{x} = \frac{L}{2H \tan 2\alpha}$  naar onder af te ronden, dus 11 keer.

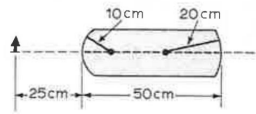


OEFENINGEN Hoofdstuk 32 en 33 + aanvullende nota's

oef 1

Een cilindrische glazen staaf ( $n = 1.5$ ) heeft aan de einden twee convexe boloppervlakken met kromtestralen van 10 cm en 20 cm. De afstand tussen de twee toppen is 50 cm. Een pijl met lengte 1 mm staat loodrecht op de as van de staaf op 25 cm afstand van het eerste boloppervlak.

- Bereken
  - a) Plaats en grootte van het beeld gevormd door het eerste boloppervlak
  - b) Plaats en grootte van het beeld gevormd door beide boloppervlakken.
- Vermeld of de beelden reëel of virtueel zijn.



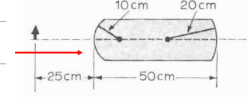
TIP: 5.2.3 beeldpositie en -vergroting bij sferische brekende oppervlakken

Theorie:

• Breking aan een holwinnig oppervlak:  $\frac{n_1}{d_o} + \frac{n_2}{d_i} = \frac{n_2 - n_1}{R}$

• Vergroting  $m$  bij holwinnig brekend oppervlak:  $m = -\frac{n_1 d_i}{n_2 d_o}$

OPL: Hou de tekenc conventies in acht voor breking aan een sferisch oppervlak.



a) overgang lucht (L) naar glas (G): eerste breking

- $n_1 = n_2 = 1$ ;  $n_3 = n_4 = 1.5$
- $R_1 = 0.1 \text{ m}$  (kromtestraal)
- $d_o = 0.25 \text{ m}$

• Berekening beeldafstand  $d_{i,lg}$ :  $\frac{n_1}{d_o} + \frac{n_2}{d_i} = \frac{n_2 - n_1}{R_1} \Leftrightarrow d_{i,lg} = 1.5 \text{ m} > 0$  REËEL BEELD

• Berekening vergroting:  $m_{lg} = -\frac{n_1 d_{i,lg}}{n_2 d_o} = -4$   
grootte van het beeld:  $-4 \cdot 0.001 \text{ m} = -0.004 \text{ m}$   $m_{lg} < 0$ , dus omgekeerd beeld en  $|m_{lg}| > 1$ , dus vergroot beeld.

b) overgang glas (G) naar lucht (L): 2e breking:

- $n_1 = n_2 = 1.5$ ;  $n_3 = n_4 = 1$
- $R_2 = -0.2 \text{ m}$
- $d_o = -d_{i,lg} + \text{lengte staaf} = -1.5 + 0.5 = -1 \text{ m}$  (voorwerpafstand)
- voorwerp ligt op 1m rechts van = achter het 2e oppervlak
- => virtueel voorwerp.

• beeldafstand  $d_{i,gl}$ :  $d_{i,gl} = 0.25 \text{ m} > 0$  REËEL BEELD.

• vergroting  $m$ :  $m_{gl} = 0.375$   
grootte beeld:  $0.375 \cdot (-0.004 \text{ m}) = -0.0015 \text{ m}$   
 $m_{gl} > 0$ , dus rechtopstaand beeld en  $|m_{gl}| < 1$ , dus verkleind beeld.

crisotale vergroting:  $m = m_{eg} \cdot m_{ge} = -4 \cdot 0,375 = -1,5$

grootte van het beeld =  $0,001 \text{ m} \cdot (-1,5) = -0,0015 \text{ m}$

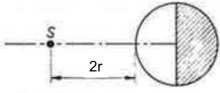
$m < 0$ , dus een omgekeerd beeld en  $|m| > 1$ , dus een vergroot beeld.

Het zijnde beeld is dus reëel, vergroot, omgekeerd en bevindt zich 25 cm links van het tweede scheidingsovervlak, of op een afstand van 1 m ( $0,25 + 0,5 + 0,25$ ) van het voorwerp.

**oef 2**

Een massieve glazen bol ( $n = 1,5$ ) met straal  $r$  is voor de helft verzilverd. Een klein voorwerp bevindt zich op de middellijn door de top van de niet-verzilverde helft van de bol en op een afstand van  $2r$  van deze top.

Bepaal de plaats van het eindbeeld na alle terugkaatsingen en brekingen.



Tip: 5.2.1 beeldvorming bij spiegels en 5.2.3 beeldvorming bij brekende oppervlakken

**Theorie:**

• terugkaatsing aan een boloppervlak:  $\frac{1}{d_o} + \frac{1}{d_i} = \frac{2}{R}$

• Breking aan een boloppervlak:  $\frac{n_1}{d_o} + \frac{n_2}{d_i} = \frac{n_2 - n_1}{R}$

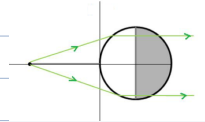
**opl:** • licht ondergaat achtereenvolgens (a) breking van lucht naar glas, (b) reflectie aan de verzilverde achterkant van de bol en (c) breking van glas naar lucht.

• let er op dat de juiste tekenconventies correct worden toegepast.

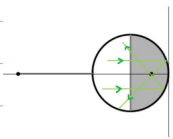
a) EERSTE BREKING: •  $R = r$  ( $r > 0$ , want convex brekend oppervlak)

•  $d_o = 2r$

• Breking aan overgang lucht (l) naar glas (g) ( $n_l = n_e = 1; n_g = n_g = 1,5$ ):  $\frac{n_1}{d_o} + \frac{n_2}{d_i} = \frac{n_2 - n_1}{R}$   
 $\Leftrightarrow \frac{1}{2r} + \frac{1,5}{d_i} = \frac{1,5 - 1}{r} \Rightarrow d_i = 1,5r$



b) REFLECTIE AAN VERZILVERDE ACHTERZIJDE VAN DE BOL:



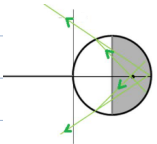
•  $R = r$  ( $R > 0$ , want concav spiegelend oppervlak)

$\frac{1}{d_o} + \frac{1}{d_i} = \frac{2}{R} \Leftrightarrow \frac{1}{1,5r} + \frac{1}{d_i} = \frac{2}{r} \Rightarrow d_i = \frac{r}{2}$

•  $d_o = +\infty$

• Reflectie aan bolvormig oppervlak.

c) TWEEDE BREKING:



•  $R = -r$  ( $R < 0$ , want concav brekend oppervlak)

$\frac{n_1}{d_o} + \frac{n_2}{d_i} = \frac{n_2 - n_1}{R} \Rightarrow \frac{1,5}{\frac{r}{2}} + \frac{1}{d_i} = \frac{1 - 1,5}{-r} \Rightarrow d_i = -2r$

•  $d_o = 2r - \frac{r}{2} = \frac{3}{2}r$

• Breking aan overgang glas (g) naar lucht (l):  $n_1 = n_g = 1,5; n_2 = n_e = 1$

Het resulterende beeld is reëel ( $d_i < 0$ ) en ligt op een afstand  $2r$  van het brekende oppervlak van glas naar lucht, dus in de top van het spiegelende oppervlak. Het beeld ligt dus op de reflecterende laag.

**oef 3**

Toon aan dat een stelsel van 2 dunne lenzen met brandpuntsafstanden  $f_1$  en  $f_2$  die met elkaar in contact gebracht worden (die dus op dezelfde plaats staan, met een gemeenschappelijk middelpunt, dat kan natuurlijk maar bij benadering) kunnen vervangen worden door een lens met brandpuntsafstand  $f$  die voldoet aan

$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$

TIP: Voorbeeld 33.6

**opl:** We volgen de algemene aanpak voor beeldvorming bij stelsels van lenzen, waarbij er nu 2 lenzen optreden met een gemeenschappelijk middelpunt. We gebruiken de dunnelensvergelijking om eerst de positie van het tussenbeeld T door de eerste lens  $f_1$  te bepalen:

$\frac{1}{d_o} + \frac{1}{d_{iT}} = \frac{1}{f_1} \Rightarrow \frac{1}{d_{iT}} = \frac{1}{f_1} - \frac{1}{d_o}$

Aangezien het middelpunt van de 2 lenzen op dezelfde plaats ligt, is de voorwerpsafstand van dit tussenbeeld tot de tweede lens:  $\frac{1}{d_{o2}} = \frac{1}{d_o} - \frac{1}{f_1}$

Als we deze voorwerpsafstand in de dunnelensvergelijking voor de tweede lens invullen  $\frac{1}{d_o} - \frac{1}{f_1} + \frac{1}{d_i} = \frac{1}{f_2} \Rightarrow \frac{1}{d_o} + \frac{1}{d_i} = \frac{1}{f_2} + \frac{1}{f_1}$

dit in de dunnelensvergelijking voor een lens met brandpuntsafstand  $f$ :  $\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$



oef 4

Een zekere bijziende persoon ziet slechts scherp tot op een afstand van 1,5 m. Welke lenssterkte (in dioptrie = m<sup>-1</sup>) dienen zijn/haar brillenglazen te hebben? De brillenlens staat 2 cm voor de ooglens.

Welke invloed heeft deze correctie op het nabijheidspunt (afstand van goed zien) dat bij deze persoon zonder bril op 25 cm ligt. Op welke afstand moet een voorwerp staan zodat het beeld op 25 cm van het oog terecht komt?

OPL: De brilglazen maken voor verwijderde voorwerpen ( $d_o = \infty$ ) op zo'n manier afbeelden, dat het beeld op 1,5m voor de ooglen of  $|d_i| = 1,48m$  voor de brillenlens terecht komt. Evenwijdig invallend licht wordt gefocust in het brandpunt van de lens.  $\frac{1}{f} = \frac{1}{d_o} + \frac{1}{d_i} = -0,67D$

De brandpuntsafstand is dus  $f = -1,48m$  of de sterkte van de lens  $P = \frac{1}{f} = -0,67D$

Het beeld  $d_i$  van het nabijheidspunt voor de persoon met bril op ligt dus bij 2,5 cm of 23cm voor de lens.

Het nabijheidspunt met bril ligt op voorwerppunt  $d_o = \frac{1}{d_o} = \frac{1}{f} - \frac{1}{d_i} \Rightarrow d_o = 27,2cm$  voor de lens. Wanneer de bijziende zijn bril opheeft, ligt zijn nabijheidspunt op 27,2 cm van de lens of op 29,2cm van het oog.

oef 5

Een dunne lens vormt een beeld van een voorwerp op een scherm. Dit scherm staat op 12 cm van de lens staat. Als men de lens 2 cm verder van het voorwerp af zet, moet het scherm 2 cm dichterbij het voorwerp worden geplaatst.

Theorie:

• beeldvorming bij lenzen:  $\frac{1}{d_o} + \frac{1}{d_i} = \frac{1}{f}$

Bereken de brandpuntsafstand van de lens.

OPL: • initiële beeldvorming:  $d_o = x$   $d_i = 12cm$

• Beeldvorming als lens 2 cm naar links en scherm 2 cm naar voren wordt geshoven:  $d_o' = x + 2cm$   $d_i' = (12 - 2 - 2)cm = 8cm$

a) Berekening voorwerpsafstand x

• initiële beeldvorming:  $\frac{1}{d_o} + \frac{1}{d_i} = \frac{1}{x} + \frac{1}{12cm} = \frac{1}{f}$

• x? los op naar x door f te elimineren:  $\frac{1}{x} + \frac{1}{12cm} = \frac{1}{x+2cm} + \frac{1}{8cm}$

• Beeldvorming na verschuiving:  $\frac{1}{d_o'} + \frac{1}{d_i'} = \frac{1}{x+2cm} + \frac{1}{8cm} = \frac{1}{f} \Leftrightarrow \frac{2cm}{x(x+2cm)} = \frac{1}{8cm} \Rightarrow x^2 + 2cm \cdot x + 4cm^2 \Leftrightarrow x = -8cm$  of  $x = 6cm$

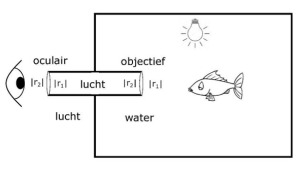
Als  $x = -8cm$ , dan zou dit betekenen dat het voorwerp en beeld aan dezelfde kant van de lens liggen, dus dat er een virtueel beeld wordt gevormd. Zo'n beeld wordt echter niet op een beeldscherm gevormd, dus dit is geen fysische oplossing van het probleem. Als  $x = 6cm \Rightarrow$  reëel voorwerp, met een reëel beeld, dit is de fysische oplossing.

b) Berekening brandpuntsafstand f:  $\frac{1}{6cm} + \frac{1}{12cm} = \frac{1}{f} \Rightarrow f = 4cm$

oef 6 Examen 2018 - 2<sup>e</sup> zit

Roeland een fervent ichtyoloog, een viskundige, heeft een met water ( $n_w = 1,33$ ) gevuld aquarium met verduisterde wanden voor een vis die het daglicht schuwt. Om de vis te kunnen observeren wil hij een waterdicht kijkertje installeren in de wand van het aquarium en een schakelbare lamp om de vis te kunnen bekijken. Om de kijker te bouwen die uit twee lenzen bestaat op een afstand van 20 cm in een met lucht gevulde buis, kan hij dunne lenzen slijpen uit glas ( $n_g = 1,5$ ). Het eerste brekend boloppervlak kan met een absolute kromtestraal van  $r_1 = 10 cm$  worden geslepen terwijl het tweede brekend boloppervlak met een absolute kromtestraal van  $r_2 = 20 cm$  kan worden geslepen.

1) Teken de mogelijke lenzen die kunnen worden geslepen waarbij de respectievelijke kromtestralen aangeduid worden op de tekening. Bereken de brandpuntsafstand (in lucht) voor iedere lens en vermeld of het over een convergerende dan wel een divergerende lens.



Roeland bouwt de kijker met de convergerende lens met de kleinste brandpuntsafstand (grootste sterkte) uit het vorige deel als objectief en een divergerende lens als oculair met de kleinste absolute brandpuntsafstand (ook weer grootste sterkte).

2) Bepaal de positie van het beeld ten opzichte van de oculairlens gevormd van een object in lucht dat op 10 cm voor de kijker wordt geplaatst.

De kijker wordt vervolgens waterdicht gemonteerd in het aquarium, zoals aangegeven op de figuur.

3) Bepaal de positie van het beeld door het objectief, van een vis in het water die op 10 cm langs de kijker passeert. Is dit een reëel of virtueel beeld en waarom?

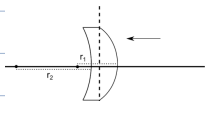
4) Bepaal de finale beeldafstand en totale beeldvergroting van de vis na doorgang van het licht door de volledige kijker (door beide lenzen, dus).

OPL:

deel 1:  $|x_1| = 10cm$  en  $|x_2| = 20cm$

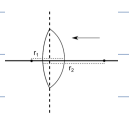
a)  $x_1 = 10cm$  en  $x_2 = -20cm$

$\frac{1}{f_a} = (n_g - 1) \left[ \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \right] = (1,5 - 1) \left[ \frac{1}{10cm} + \frac{1}{-20cm} \right]$   
 $f_a = 40cm$ , convergerend



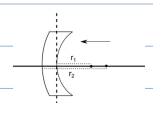
b)  $x_1 = 10cm$ ;  $x_2 = 20cm$

$\frac{1}{f_b} = (n_g - 1) \left[ \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \right] = (1,5 - 1) \left[ \frac{1}{10cm} + \frac{1}{20cm} \right]$   
 $\Rightarrow f_b = 13,3cm$ , convergerend



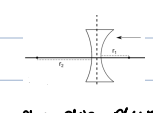
c)  $x_1 = -10cm$ ;  $x_2 = 20cm$

$\frac{1}{f_c} = (n_g - 1) \left[ \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \right] = (1,5 - 1) \left[ \frac{1}{-10cm} + \frac{1}{20cm} \right] \Rightarrow f_c = -40cm$ , divergerend



d)  $x_1 = -10cm$ ;  $x_2 = -20cm$

$\frac{1}{f_d} = (n_g - 1) \left[ \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \right] = (1,5 - 1) \left[ \frac{1}{-10cm} + \frac{1}{-20cm} \right] \Rightarrow f_d = -13,3cm$ , divergerend.



Info: Lenzen die dikker zijn in het centrum dan aan de rand zijn convergerend en hebben een positieve brandpuntsafstand, die die dunner zijn in het centrum dan aan de rand, zijn divergerend en hebben een negatieve brandpuntsafstand.

Merks ook op: En een reeks lenzen met dezelfde absolute waarden voor de kromtestralen heeft een dubbelconvexe lens een grotere sterkte (kleinere brandpuntsafstand) dan een convergerende meniscuslens en heeft een dubbelconcave lens een grote absolute sterkte (kleinere absolute waarde van de brandpuntsafstand) dan een divergerende meniscuslens.



Deel 2: • kleinste absolute brandpuntsafstanden:  $f_{obj} = f_b = 13,33 \text{ cm}$  en  $f_{oc} = f_d = -13,33 \text{ cm}$

• (Reël) voorwerp voor objectief (lens) op 10 cm in de lucht: voorwerpsafstand  $d_{obj,0} = 10 \text{ cm}$

Lensvergelijking om beeldafstand  $d_{obj,i}$  ten opzichte van objectief te bepalen:  $\frac{1}{d_{obj,0}} + \frac{1}{d_{obj,i}} = \frac{1}{f_{obj}} \Rightarrow d_{obj,i} = -40 \text{ cm}$

Lensvergelijking om beeldafstand  $d_{oc,i}$  ten opzichte van oculair te bepalen:  $\Rightarrow$  beeld objectief is nu voorwerp van oculair  $d_{oc,0} = |d_{obj,i}| + \text{lengte buis} = 60 \text{ cm}$

$$\frac{1}{d_{oc,i}} = \frac{1}{f_{oc}} - \frac{1}{d_{oc,0}} \Rightarrow d_{oc,i} = -10,9 \text{ cm}$$

$f_{oc} = -13,33 \text{ cm}$

Het beeld is dus virtueel en ligt 10,9 cm voor het oculair

Deel 3:

Opmerking vooraf:

$$\frac{1}{f} = (n_g - 1) \left[ \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right] \Rightarrow \text{opgesteld voor een lens gebruikt in lucht.}$$

$$\frac{n_o}{f_{no}} = (n_g - n_o) \left[ \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right] \text{ waaruit } \frac{1}{f_{no}} = \frac{(n_g - n_o)}{n_o} \left[ \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right] \Rightarrow \text{opgesteld voor lens in medium met brekingsindex } n_o$$

} dunne lens

Als de lens niet volledig ondergedompeld is in een medium, maar als de lens zich op de grens tussen 2 media bevindt, dan kunnen we niet langer de formules voor een dunne lens gebruiken om de positie van het beeld te bepalen. Dan moet de lens worden 'opgebroken' tot 2 sferische brekende oppervlakken.

- brandpuntsafstand objectief  $f_{obj} = f_b = 13,33 \text{ cm}$  met  $r_1 = 10 \text{ cm}$ ;  $r_2 = 80 \text{ cm}$
- (Reël) vis voor objectief (lens) op 10 cm in water: voorwerpsafstand  $d_{obj,0} = 10 \text{ cm}$

Breking van sferisch scheidingsoppervlak van water ( $n_w = 1,33$ ) naar glas ( $n_g = 1,5$ ):  $\frac{n_w}{d_{obj,0}} + \frac{n_g}{d_{obj,i}} = \frac{n_g - n_w}{r_1} \Rightarrow d_{obj,i} = \left( \frac{n_g - n_w}{n_g r_1} - \frac{n_w}{n_g d_{obj,0}} \right)^{-1} = -11,93 \text{ cm}$

Breking van tweede sferisch scheidingsoppervlak van glas ( $n_g = 1,5$ ) naar lucht ( $n_l = 1$ ):

$\Rightarrow$  beeld na eerste breking is voorwerp voor tweede breking  $d'_{obj,0} = |d_{obj,i}|$ , want het voorwerp ligt voor de lens.  
 $\Rightarrow x_2$  is negatief ( $x_2 = -80 \text{ cm}$ ), want het oppervlak is hol in de richting waar het licht vandaan komt.

$$\frac{n_g}{d'_{obj,0}} + \frac{1}{d_{obj,i}} = \frac{1 - n_g}{r_2} \Leftrightarrow d_{obj,i} = \left( \frac{1 - n_g}{r_2} - \frac{n_g}{d'_{obj,0}} \right)^{-1} = -10,99 \text{ cm}$$

ligt voor de lens, dus virtueel beeld!

Deel 4

• brandpuntsafstand oculair  $f_{oc} = f_d = -13,33 \text{ cm}$

• Virtueel beeld gevormd door objectief ligt voor de oculair lens,  $d_{oc,0} > 0$ :

voorwerpsafstand  $d_{oc,0} = \text{lengte buis} + |d_{obj,i}| = 80 \text{ cm} + 10,99 \text{ cm} = 90,99 \text{ cm}$

Oculair lens bevindt zich volledig in lucht dus de 'gewone' dunnelensvergelijking kan worden gebruikt voor  $d_{oc,i}$ :  $\frac{1}{d_{oc,i}} = \frac{1}{f_{oc}} - \frac{1}{d_{oc,0}} = \frac{1}{-13,33} - \frac{1}{90,99} = -0,1073 \text{ cm}^{-1}$   
 $\Rightarrow d_{oc,i} = -9,38 \text{ cm}$

Totale vergroting van kijker is  $m_{tot} = m_{obj} \cdot m_{oc} = \left( \frac{n_w}{n_l} \left( \frac{-d_{obj,i}}{d_{obj,0}} \right) \right) \left( \frac{-d_{oc,i}}{d_{oc,0}} \right) = 0,440$  RECHTOPSTAAND, VERKLEIND BEELD.

Op 7 Examen 2015, 1<sup>e</sup> zit

Een natuurkundeleerkracht, die in de les geometrische optica wil uitleggen, bouwt een opstelling op een 2 meter lange optische bank. Hij beschikt over twee convergerende lenzen: één met onbekende brandpuntsafstand  $f_1 = ?$ , en een tweede met  $f_2 = 30 \text{ cm}$ . Daarnaast heeft hij ook een belicht voorwerp en een wit beeldscherm.

a) Hij plaatst het belichte voorwerp op de nulpositie van de optische bank en plaatst de eerste convergerende lens 15 cm van het voorwerp af. Hij vindt een scherp beeld als hij het beeldscherm op 45 cm van het voorwerp plaatst. Bereken de brandpuntsafstand van deze lens en de beeldvergroting.

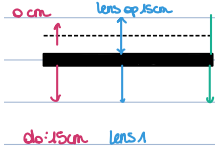
b) Door plaatsing van de tweede lens (terwijl voorwerp en eerste lens blijven staan zoals in a)) wil de leerkracht een rechtopstaand beeld met een totale vergroting van 4 bekomen (dit alles ten opzichte van het oorspronkelijke voorwerp). Bereken de positie op de optische bank van de tweede lens en waar het beeldscherm uiteindelijk geplaatst dient te worden, voor een scherp beeld.

c) Maak een duidelijke figuur van de stralengang bij delen a) en b).

d) De leerkracht wil ook de brekingsindex van de eerste lens (gemiddeld over het zichtbare gebied) bepalen en dompelt die hiervoor onder in water (gemiddelde brekingsindex  $n_w = 1,333$ ). Hij ziet dat de brandpuntsafstand na onderdompeling drie maal zo groot wordt (als die in lucht). Bereken de brekingsindex van het materiaal waarvan de lens gemaakt is.

OPL:

Deel a: dunnelensvergelijking:  $\frac{1}{f} = \frac{1}{d_o} + \frac{1}{d_i} = \frac{1}{15} + \frac{1}{30} = \frac{1}{10 \text{ cm}}$



De onbekende brandpuntsafstand is dus  $f_1 = 10 \text{ cm}$ .  
 De beeldvergroting vinden we uit  $m_1 = -\frac{d_i}{d_o} = -2$

Deel b: Er moet een totale beeldvergroting van 4 gerealiseerd worden. Dit wil zeggen dat ook door de tweede lens een beeldvergroting -2 gerealiseerd moet worden.

Ook bij de tweede lens moet dus  $\frac{d_i}{d_o} = 2$ , en samen met de dunnelensvergelijking levert dit een stelsel vergelijking waaruit door de lenzen kunnen worden opgelost.

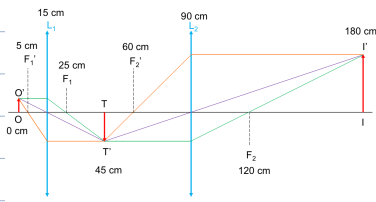
$$\frac{1}{d_o} + \frac{1}{d_i} = \frac{1}{f} \Leftrightarrow \frac{1}{d_o} + \frac{1}{2d_o} = \frac{1}{20 \text{ cm}} \Rightarrow d_o = 45 \text{ cm}$$

En hieruit volgt verder dat beeldafstand bij de 1<sup>e</sup> lens gelijk is aan  $d_i = 90 \text{ cm}$ . We maken nu al deze afstanden uitdrukken ten opzichte van de oorspronkelijke voorwerpspositie: Positie van de tweede lens = beeldpositie bij lens 1 + voorwerpsafstand lens 2 =  $45 \text{ cm} + 45 \text{ cm} = 90 \text{ cm}$ .

Positie van eindbeeld = positie van de tweede lens + beeldafstand bij lens 2 =  $90 \text{ cm} + 90 \text{ cm} = 180 \text{ cm}$

De optische bank is net lang genoeg.

deel c :



- Hoofdstralen door optische middelpunt van L<sub>1</sub> en L<sub>2</sub>
- Hoofdstralen die evenwijdig op de lenzen invallen
- Hoofdstralen die door voorwerpsbrandpunten lopen

deel d :

Brandpuntsafstand bij onderdompeling in water wordt 3x groter. We bepalen voor een lens ondergedompeld in water en in lucht:

$$f_{\text{water}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{n_{\text{water}}}{n - n_{\text{water}}} \quad f_{\text{lucht}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{1}{n - 1}$$

Omdat de brandpuntsafstand een factor 3 groter wordt, kunnen we de onbekende n dus vinden uit  $\frac{n_{\text{water}}(n-1)}{n-n_{\text{water}}} = 3 \Leftrightarrow n = \frac{2n_{\text{water}}}{3-n_{\text{water}}} = 1,599$

oef 8 Examen 2017, 2e zitting

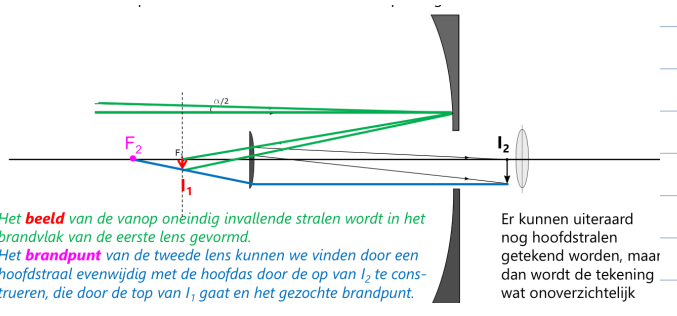
Ter info: Terwijl de Newtoniaanse telescoop twee spiegels gebruikt waarbij één ervan vlak is, wordt onder een tweespiegeltelescoop, een telescoop verstaan waarvan beide spiegels gebogen zijn. De allereerste reflectie telescoop is de Gregorian, uitgevonden door James Gregory in 1663. Daarnaast bestaat ook de Cassegrain opstelling die waarschijnlijk in 1672 werd geïntroduceerd door Laurent Cassegrain. In de Gregorian opstelling ligt het brandpunt van de primaire holle spiegel voor de secundaire holle spiegel, terwijl in de Cassegrain opstelling het brandpunt van de primaire holle spiegel achter de secundaire bolle spiegel is gelegen. In beide gevallen ligt het finale beeld na dubbele reflectie voor de primaire spiegel. Dit beeld wordt finaal zichtbaar gemaakt door een opening in de primaire spiegel. Een amateur-astronoom koopt een telescoop gebaseerd op de Cassegrain opstelling om Mars waar te nemen. Met het blote oog is Mars zichtbaar onder een hoek  $\alpha$  van 18,62 boogseconden. In de handleiding van de telescoop vindt hij absolute waarden voor de brandpuntsafstand  $f_1$  van de primaire spiegel (90 cm), en  $f_2$  voor de secundaire spiegel (31,73 cm). Verder vindt hij dat de afstand L tussen de twee spiegels 66,2 cm bedraagt. De astronoom bekijkt het beeld van Mars door een oculair, dat bestaat uit een convergerende lens met  $f_3 = 1,01$  cm, die op een afstand  $L_{oc}$  van 30 cm voor de primaire spiegel staat.

- Gevraagd
- De beeldvorming na dubbele reflectie is gegeven op de figuur. Let op: deze figuur is niet op schaal getekend. Duid het resulterende beeld gevormd door de primaire spiegel aan en het brandpunt  $F_2$  van de secundaire spiegel. Doe dit zonder enige berekening te maken maar op basis een hoofdstralenconstructie op de figuur.
  - Bereken de beeldafstand  $d_{i,2}$  en de vergroting  $m_2$  van het beeld gevormd door de secundaire spiegel.
  - Bereken de beeldafstand  $d_{i,3}$  voor het beeld gevormd door het oculair en bepaal de karakteristieken van dit beeld (Is het virtueel of reëel? Omgekeerd of rechtopstaand? Vergroot of verkleind?).
  - Bereken de hoogte  $h_3$  van het beeld en de corresponderende finale hoekvergroting  $M'$  gezien door het oculair.

OPL:

deel a :

De beeldvorming na dubbele reflectie is gegeven op de figuur. Let op: deze figuur is niet op schaal getekend. Duid het resulterende beeld gevormd door de primaire spiegel aan en het brandpunt  $F_2$  van de secundaire spiegel. Doe dit zonder enige berekening te maken maar op basis van een hoofdstralenconstructie op de figuur.

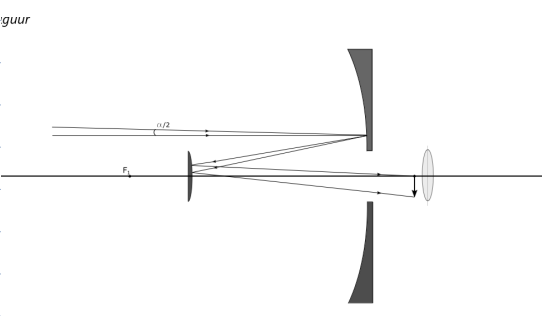


Het beeld van de vanop oneindig invallende stralen wordt in het brandvlak van de eerste lens gevormd. Het brandpunt van de tweede lens kunnen we vinden door een hoofdstraal evenwijdig met de hoofdas door de op van  $L_2$  te construeren, die door de top van  $L_1$  gaat en het gezochte brandpunt.

Er kunnen uiteraard nog hoofdstralen getekend worden, maar dan wordt de tekening wat onoverzichtelijk

deel b :

Het beeld van de primaire spiegel wordt in het brandvlak van die spiegel gevormd, volgens de gegevens betekent dit 90 cm voor die spiegel. Omdat de afstand tussen de spiegels 66,2 cm bedraagt, is de voorwerp  $d_{o,2}$  van het beeld  $I_1$  gevormd door de grote spiegel (staat achter die bolle spiegel dus negatief) dus:  $d_{o,2} = -(90 - 66,2) = -23,8$  cm. Het beeld ligt dus iets dichterbij de 2e spiegel dan het 'virtuele' brandpunt van die spiegel. Deze bolle spiegel heeft een negatieve brandpuntsafstand, zodat de spiegelvergelijking luidt:  $\frac{1}{d_{o,2}} + \frac{1}{d_{i,2}} = \frac{1}{f_2} \Rightarrow \frac{1}{d_{i,2}} = \frac{1}{f_2} - \frac{1}{d_{o,2}} = \frac{1}{31,73} - \frac{1}{-23,8} = \frac{1}{95,13}$  cm. Dit beeld is reëel omdat het gevormd wordt door stralen die elkaar echt snijden. De beeldpositie ligt, zoals verwacht voorbij de primaire lens, met name 29,03 cm voorbij die lens. De beeldvergroting  $m_2 = -\frac{d_{i,2}}{d_{o,2}} = 4,01$ .



deel c :

Het beeld dat door de 2e spiegel gevormd wordt, staat 30 cm - 29,03 cm = 0,97 cm voor de oculairlens. De brandpuntsafstand van die lens is 1,01 cm, wat betekent dat het voorwerp net iets dichterbij de brandpuntsafstand van die convergerende lens staat. Het einafbeeld zal dus virtueel, rechtopstaand en vergroot zijn, ter het beeld gevormd door 2 spiegels.  $\frac{1}{d_{i,3}} = \frac{1}{f_3} - \frac{1}{d_{o,3}} = \frac{1}{1,01} - \frac{1}{0,97} = -\frac{1}{24,49}$  cm. De beeldvergroting is:  $M_3 = \frac{24,49}{0,97} = 25,25$

deel d :

De totale lineaire beeldvergroting door de tweede spiegel en de oculairlens is  $M_3 m_2 = 101,0$   
 De hoogte van het beeld door de 1e spiegel is:  $f_1 \alpha = 90 \text{ cm} \left( \frac{18,62}{3600} \right)^\circ \pi \cdot 180^\circ = 8,125 \cdot 10^{-3}$  cm  
 De hoogte van eindbeeld wordt dan  $h_3 = 101 \cdot 8,125 \cdot 10^{-3} \text{ cm} = 0,8206 \text{ cm}$   
 Uit de tekening zou je ook kunnen vermoeden dat rechts de helft van de stralengang getekend is en dat de pijl in figuur is weergegeven en waarvan de hoogte bepaald moet worden. De halve hoogte van totale beeld is. Dan verkrijgt je als beeldhoogte door de 1e spiegel:  $f_1 \frac{\alpha}{2} = 90 \text{ cm} \left( \frac{18,62/2}{3600} \right)^\circ \pi \cdot 180^\circ = 4,063 \cdot 10^{-3}$  cm  
 en als hoogte van het eind(halve)beeld:  $h_3 = 101 \cdot 4,063 \cdot 10^{-3} \text{ cm} = 0,4103 \text{ cm}$

**oefening 1** Hoofdstuk 34

**oef 1**

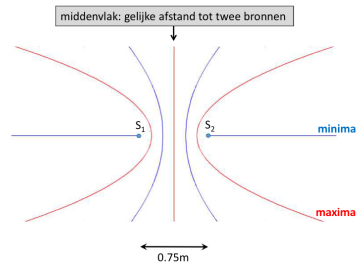
Twee gesynchroniseerde geluidsbronnen op onderlinge afstand van 0.75m zenden golven van gelijke intensiteit uit. Frequentie is 680 Hz, geluidssnelheid is 340m/s. Bepaal de plaatsen van minimale en maximale intensiteit, eerst op de verbindinglijn door de twee bronnen.

$$\lambda = \frac{v}{\nu} = 0.5m$$

Op de verbindinglijn van de twee bronnen (bronnen op  $x = -0.375m$  en  $+0.375m$ ):

- a)  $x > 0.375m$ :  $\delta = \frac{x+0.375}{\lambda} 2\pi - \frac{x-0.375}{\lambda} 2\pi = 3\pi$
- b) gelijkaardig voor  $x < 0.375m$
- c)  $-0.375m < x < 0.375m$ :  $\delta = \frac{x+0.375}{\lambda} 2\pi - \frac{0.375-x}{\lambda} 2\pi = 4\pi \frac{x}{0.5m}$   
 $\delta = 0$ :  $x = 0$ ;  $\delta = \pm 2\pi$ :  $x = \pm 0.25m$   
 $\delta = \pm \pi$ :  $x = \pm 0.125m$ ;  $\delta = \pm 3\pi$ :  $x = \pm 0.375m$

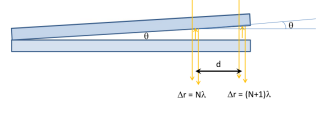
Schematische voorstelling van de minima en maxima:



Opgepast voor minima: enkel volledige uitdoving op een bepaalde plaats als intensiteit van beide toekomstige golven precies gelijk is.

**oef 2**

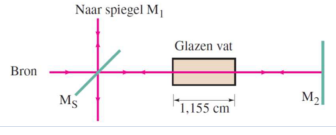
Twee rechthoekige vlakke glasplaten worden op elkaar gelegd. Tussen de platen wordt aan een kant een dunne strook papier gelegd, zodat er een zeer dunne luchtvlag wordt gevormd. Loodrecht op de platen valt een bundel natriumlicht ( $\lambda = 590nm$ ). Er worden 10 interferentielijnen per cm geteld. Bereken de hoek van de wig.



Fasesprongen ij-dicht-reflectie:  $2 \times \pi$ .  
 1 interferentiefraanje per mm, komt overeen met weglengteverschil van  $\lambda$ .  
 $\theta \approx \tan \theta = \frac{\lambda/2}{d} = \frac{0.295\mu m}{1mm} = 2.95 \cdot 10^{-4} rad$

**oef 3**

\*42. (III) Een van de bundels van een interferometer (fig. 34.27) loopt door een klein vacuüm gepompt glazen vat van 1,155 cm diep. Wanneer men de container langzaam vult met gas, worden er in totaal 176 donkere franjes geteld die een referentielijn passeren. Het gebruikte licht heeft een golflengte van 632,8 nm. Bereken de brekingsindex van het gas bij zijn uiteindelijke dichtheid, aangenomen dat de interferometer zich in vacuüm bevindt.

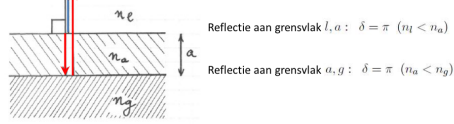


In vacuüm:  $2 \times 18173 = 36346$  golflengtes passen in vat (heen en terug)  
 Gevuld vat: 176 donkere franjes erbij (= 176 golflengtes erbij (want korter!))  
 $36522 \cdot \lambda / n = 36346 \lambda$   
 $n = 1.0048...$

**oef 4**

Een glasplaat (index  $n_g$ ) wordt bedekt met een dunne laag met index  $n_a = \sqrt{n_g}$  en een dikte van  $\lambda/4$  in de laag. Men kan aantonen dat voor deze waarden van de brekingsindices de gereflecteerde intensiteit ( $I_r$ ) even groot is als aan het scheidingsvlak ( $a, g$ ). Als beide golven dus destructief interfereren aan het grensvlak ( $l, a$ ) zal er geen reflectie optreden. (zie oefeningenles week 3)

Bewijs dat bij loodrechte inval maximale uitdoving optreedt voor licht van de juiste golflengte dat aan beide oppervlakken gereflecteerd wordt. Bepaal een uitdrukking voor de dikte van de laag.



Reflectie aan grensvlak  $l, a$ :  $\delta = \pi$  ( $n_1 < n_a$ )  
 Reflectie aan grensvlak  $a, g$ :  $\delta = \pi$  ( $n_a < n_2$ )

Extra: Stel dat deze anti-reflectie laag geoptimaliseerd is voor een golflengte van 550nm (groen licht). Hoe groot is dan de (relatieve) reflectie bij 470nm (blauw) en bij 630nm (rood), als functie van N?

Faseverschil:  $\delta(\lambda) = 2\pi \frac{2an_a}{\lambda}$

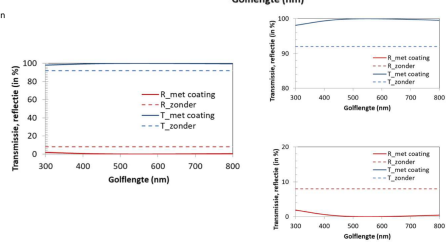
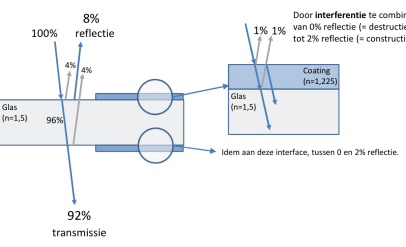
Uit:  $E_0 = \sqrt{E_{01}^2 + E_{02}^2} + 2E_{01}E_{02} \cos \delta = E_{01} \sqrt{2(1 + \cos \delta)}$

Volgt:  $I \propto E_0^2 = 2E_{01}^2 (1 + \cos \delta) \propto I_0 (1 + \cos \delta)$

N	Dikte (nm)	$\lambda = 470nm$	$\lambda = 550nm$	$\lambda = 630nm$
0	97	0.16	0.00	0.08
1	290	1.15	0.00	0.63
2	484	1.96	0.00	1.41

(Voor een hele dikke coating krijg je gemiddeld  $I_0$ )

Anti-reflectiecoating zo dun mogelijk ( $N = 0$ ) anders te selectief voor golflengte. Voor  $N=2$  en blauw licht, bijna maximale versterking voor reflectie.

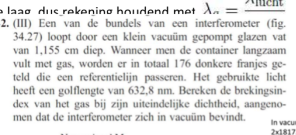


Uitdoving voor reflectie als weglengteverschil =  $(2N + 1) \frac{\lambda}{2}$  (fasesprongen heffen elkaar op)

Dikte laag:  $(2N + 1) \frac{\lambda}{4}$ , minimale dikte:  $a = \frac{\lambda}{4}$

Let op! Dit geldt voor de golflengte in de laag die rekening houdend met  $\lambda_n = \frac{\lambda_{licht}}{n}$ .  
 Aangezien de golflengte mees wordt, is de dikte van de laag  
 Dit is een effectieve methode aan lenzen gereflecteerde

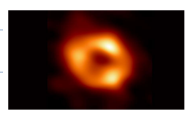
Extra: Stel dat deze anti-reflectie laag geoptimaliseerd is voor een golflengte van 550nm (groen licht). Hoe groot is dan de (relatieve) reflectie bij 470nm (blauw) en bij 630nm (rood), als functie van N?



In vacuüm:  $2 \times 18173 = 36346$  golflengtes passen in vat (heen en terug)  
 Gevuld vat: 176 donkere franjes erbij (= 176 golflengtes erbij (want korter!))  
 $36522 \cdot \lambda / n = 36346 \lambda$   
 $n = 1.0048...$

et  
 een licht).  
 van N?

oef 1



SgrA\*: afstand 27 000 lichtjaar  
 Radiogolflengte: 1.3 mm  
 Event horizon: diameter 12 miljoen km  
 Schat de nodige diameter van de radiotelescoop.

Openingshoek  $\alpha$  event horizon:  

$$\alpha = \frac{12 \cdot 10^6 \text{ km}}{27000 \text{ ly}} = 4.710^{-11} \text{ rad} \quad (+/- 10 \mu\text{as})$$
 Stel dat dit de resolutie is, dan is de nodige diameter voor de diffractiebeperkte lens:  

$$\theta = 1,22 \frac{\lambda}{D}$$

$$D = 1,22 \frac{\lambda}{\theta} = 34000 \text{ km (!)}$$

oef 2

[variant op vraagstuk 25]. Twee even heldere sterren gezien vanaf de aarde vormen een hoek van een seconde. Stel dat een golflengte van 550nm wordt gebruikt en met het oog waargenomen wordt.

(a) Wat is de kleinste diameter van telescoopobjectief waarmee deze sterren onderscheiden kunnen worden?  
 (b) Wat moet de vergroting van de telescoop zijn?  
 (c) Bereken de brandpuntsafstand van het nodige oculair, als de brandpuntsafstand van het objectief 1.80m is.

a) Uit  $\theta = 1,22 \frac{\lambda}{D}$  vind je  $D = 1,22 \frac{\lambda}{\theta} = 13,8 \text{ cm}$   
 b)  $M = \frac{\beta}{\alpha} = \frac{4 \cdot 10^{-4} \text{ rad}}{4,84 \cdot 10^{-6} \text{ rad}} = 82,5$   
 c) Uit  $M = \frac{f}{f'}$  vind je  $f' = \frac{f}{M} = \frac{180 \text{ cm}}{82,5} = 2,2 \text{ cm}$

oef 3

[variant op vraagstukken 37-39]. Veronderstel dat het spectrum van het zichtbare licht valt tussen 400 en 700nm. Bereken voor loodrechte inval op een vlak rooster met 4000 lijnen per cm de hoekafmetingen van het eerste-, tweede- en derdeorderspectrum.

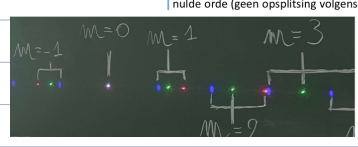
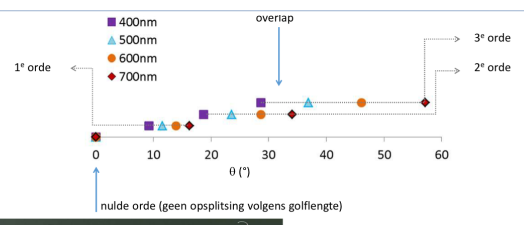
$$d \sin \theta = m \lambda \quad \text{met} \quad d = \frac{1 \text{ cm}}{4000} = 2500 \text{ nm}$$

$$\theta = \text{bgsin}\left(\frac{m \lambda}{d}\right)$$

$\lambda = \dots$	0 (*)	1 <sup>e</sup> orde	2 <sup>e</sup> orde	3 <sup>e</sup> orde
400nm		9.2	18.7	28.7
700nm		16.3	34.1	57.1

$\Delta\theta(^{\circ})$       7.1      15.4      28.5

Hogere orde, grotere dispersie  
 Overlap tussen tweede en derde orde!



oef 4

[vraagstuk 61]. Twee polarisatoren A en B zijn zo opgesteld dat hun transmissieassen respectievelijk verticaal en horizontaal zijn. Hiertussen wordt een derde polarisator geplaatst met zijn as onder een hoek  $\theta$  ten opzichte van de verticaal. Aangenomen dat verticaal gepolariseerd licht met intensiteit  $I_0$  invalt op polarisator A, bepaal dan een uitdrukking voor de lichtintensiteit I die wordt doorgelaten door deze serie van drie polarisatoren. Bepaal de hoek  $\theta$  waarvoor de intensiteit I maximaal is.

Doorgelaten intensiteit: 
$$I = I_0 \cos^2 \theta \cos^2\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$$

$$I = I_0 \cos^2 \theta \sin^2 \theta$$
 Extrema: 
$$\frac{dI}{d\theta} = 0 = 2I_0(\cos^3 \theta \sin \theta - \cos \theta \sin^3 \theta)$$
 Oplossingen: 
$$\theta = 0, \pm \frac{\pi}{2}, \pm \frac{\pi}{4}$$

Minima ( $I = 0$ )      Maximum ( $I = 0,25 I_0$ )

oef 5

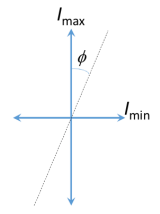
62. (III) De procentuele polarisatie P van een gedeeltelijk gepolariseerde lichtbundel is gedefinieerd als

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \times 100$$

waarin  $I_{\max}$  en  $I_{\min}$  de maximum- en minimumintensiteiten zijn die worden verkregen wanneer licht door een langzaam roterende polarisator gaat. Dergelijk licht kan worden beschouwd als de som van twee ongelijke lineair gepolariseerde bundels met intensiteiten  $I_{\max}$  en  $I_{\min}$  loodrecht op elkaar. Laat zien dat het licht dat wordt doorgelaten door een polarisator, waarvan de as een hoek  $\phi$  maakt met de richting waarin  $I_{\max}$  wordt verkregen, een intensiteit

$$\frac{1 + p \cos 2\phi}{1 + p} I_{\max}$$

heeft, waarin  $p = P/100$  de 'fractionele polarisatie' is.



Voor de totale intensiteit geldt

$$I_{\text{tot}} = I_{\max} + I_{\min}$$

Zodat

$$1 + p = 2 \frac{I_{\max}}{I_{\text{tot}}}$$

$$1 - p = 2 \frac{I_{\min}}{I_{\text{tot}}}$$

Hiermee vind je

$$I = I_{\max} \cos^2 \phi + I_{\min} \sin^2 \phi$$

$$= \frac{I_{\text{tot}}}{2} ((1 + p) \cos^2 \phi + (1 - p) \sin^2 \phi)$$

$$= \frac{I_{\text{tot}}}{2} (1 + p \cos 2\phi)$$

$$= I_{\max} \frac{1 + p \cos 2\phi}{1 + p}$$

oef 6

\* 45. (II) Het verlichtingsrendement van een gloeilamp is de verhouding van de lichtflux tot het elektrisch ingangsvermogen. (a) Wat is de (procentuele) verlichtingsefficiëntie van een gloeilamp van 100 W en 1700 lm? (b) Hoeveel tl-buizen van 40 W en 60 lm/W zouden er nodig zijn om een fabrieksvloer van 25 m x 30 m te verlichten met een verlichtingssterkte van 250 lm/m<sup>2</sup>? Neem aan dat de lampen zich 10 m boven de vloer bevinden en dat de helft van hun flux de vloer bereikt. (c) Wat is het jaarlijkse elektriciteitsverbruik (in kWh) voor een werkdag van 10h? (d) welke fractie van het ingestuurde vermogen in (a) wordt omgezet in licht?

- a) 1700 lumen / 10 watt = 17 lm/W
- b) Aantal : (2 \* oppervlakte \* 250 lum/m<sup>2</sup>) / (lichtopbrengst per lamp) = 160.
- c) 5/7 x 365 x 10h x 6400W = 16700 kWh
- d) Potentiële lichtopbrengst: +/- 400 lum/W (volledige omzetting naar wit licht). Slechts 17 lum/W, of 4%. 96% is dus infrarood/warmte.

# OEFENINGEN Hoofdstuk 15 en 16

## Oef 1

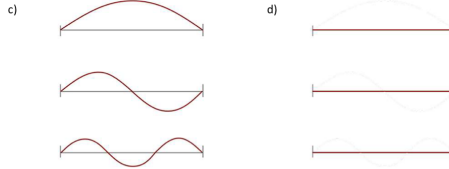
- (Naar A&F 5.15). De spanning in een koperdraad (straal 1mm, lengte 1m,  $8960 \text{ kg/m}^3$ ), bedraagt  $10^4 \text{ N}$ .
- wat is de frequentie van de grondtoon en de eerste twee boventonen?
  - wat zijn de bijhorende golflengtes?
  - schets de bijhorende uitwijking van de draad op een moment van maximale uitwijking, voor de 3 tonen.
  - Zoals in c), maar een kwart periode later.
  - wat is de vergelijking van de bijhorende staande golf, uitgedrukt in functie van  $x, T, L$  en  $f$ ?

$$a) \quad v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}} \quad \mu = \frac{m}{l} = \frac{\rho V}{l} = \frac{\rho \pi r^2 l}{l} = 0,028 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

$$v = 596 \text{ m/s}$$

$$f_n = \frac{n}{2L} v = n \cdot 298 \text{ Hz}$$

- $f_1 = 298 \text{ Hz}$  ,  $\lambda = 2L = 2 \text{ m}$   
 $f_2 = 596 \text{ Hz}$  ,  $\lambda = 2L/2 = 1 \text{ m}$   
 $f_3 = 894 \text{ Hz}$  ,  $\lambda = 2L/3 = 0,67 \text{ m}$



$$e) \quad \begin{aligned} D_1 &= 2D_0 \sin \frac{x\pi}{L} \cos(2\pi f_1 t) \\ D_2 &= 2D_0 \sin \frac{2x\pi}{L} \cos(4\pi f_1 t) \\ D_3 &= 2D_0 \sin \frac{3x\pi}{L} \cos(6\pi f_1 t) \end{aligned}$$

(uiteindes van de snaar op  $x=0$  en  $x=L$ )

## Oef 2

(Naar A&F 5.19). Bewijs dat in een vierkant membraan met zijde  $a$  staande golven van de volgende frequenties kunnen optreden:

$$f_0 = \frac{v}{a\sqrt{2}} \text{ (grondfrequentie)}, \quad \frac{1}{2}f_0\sqrt{10}, \quad 2f_0, \quad f_0\sqrt{5}, \quad \frac{1}{2}f_0\sqrt{26}, \dots$$

Bepaal het aantal verschillende combinaties van  $n_1$  en  $n_2$  dat nodig is om elk van deze trillingswijzen te verkrijgen. Het aantal verschillende combinaties noemt met de ontvaardingsgraad van de trillingswijze.

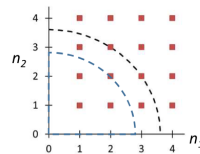
$$\text{Voor een rechthoekig membraan: } f = \frac{v}{2} \sqrt{\frac{n_1^2}{a^2} + \frac{n_2^2}{b^2}}$$

$$\text{Met } a=b: \quad f = \frac{v}{2a} \sqrt{n_1^2 + n_2^2}$$

Voorwaarde opdat er een golf zou optreden:  $n_1 > 0, n_2 > 0$

$$\text{Grondfrequentie } (n_1 = n_2 = 1): \quad f_0 = f(n_1 = 1, n_2 = 1) = f(1, 1) = \frac{v\sqrt{2}}{2a} = \frac{v}{\sqrt{2}a}$$

- |  |                              |
|--|------------------------------|
| $f(1, 2) = f(2, 1) = \frac{v}{2a}\sqrt{5} = \frac{1}{2}f_0\sqrt{10}$ | <b>2-voudige ontvaarding</b> |
| $f(2, 2) = \frac{v}{2a}\sqrt{8} = 2f_0$                              | <b>geen ontvaarding</b>      |
| $f(1, 3) = f(3, 1) = f_0\sqrt{5}$                                    | <b>2-voudige ontvaarding</b> |
| $f(2, 3) = f(3, 2) = \frac{1}{2}f_0\sqrt{26}$                        | <b>2-voudige ontvaarding</b> |



## Oef 3

(Naar A&F 5.21). De golfvergelijking in twee dimensies wordt gegeven door:

$$\frac{\partial^2 D}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 D}{\partial y^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 D}{\partial t^2}$$

Stel de differentiaalvergelijking op waaraan **staande golven** van de volgende vorm moeten voldoen:

$$D = f(x, y) \sin \omega t$$

Bepaal de constanten  $k_1$  en  $k_2$  zo, dat

$$f(x, y) = A \sin k_1 x \sin k_2 y$$

een oplossing is van de differentiaalvergelijking. Is dit in overeenstemming met de afleiding uit de theorie?

De voorgestelde oplossing voor de staande golven invullen in golfvergelijking geeft

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \sin \omega t + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \sin \omega t = -\frac{1}{v^2} \omega^2 f \sin \omega t$$

wat samen met  $k = 2\pi/\lambda = \omega/v$  de volgende differentiaalvergelijking oplevert:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + k^2 f = 0$$

invullen van  $f(x, y) = A \sin k_1 x \sin k_2 y$  geeft

$$-Ak_1^2 \sin k_1 x \sin k_2 y - Ak_2^2 \sin k_1 x \sin k_2 y + Ak^2 \sin k_1 x \sin k_2 y = 0$$

$$k^2 = k_1^2 + k_2^2$$

wat dezelfde voorwaarde is als bij "Staannde golven in twee dimensies":  $k = \sqrt{k_1^2 + k_2^2}$

## Oef 4

Je zingt een la-toon, met de grondtoon op 440Hz. Omwille van de liefde voor de fysica, adem je vervolgens heliumgas in (let op: minder dan een verstikkende hoeveelheid!). Je probeert dezelfde la-toon te zingen, maar je produceert het gekende "heliumstemmetje", en iedereen zegt dat de la plots hoger klinkt.

Verklaar.

(ter info: de geluidssnelheid in lucht is bij kamertemperatuur 345m/s, voor helium is die 973m/s).

Resonantieholte (open-gesloten)  
Geeft het relatieve gewicht aan grond- en boventonen.

Resonantie-eigenschappen hangen af van de middenstof

$$f_n = \frac{v}{\lambda} = (2n-1) \frac{v}{4L} = f_1, 3f_1, 5f_1, \dots$$

A periodic signal → B variable filter → C output sound

Stembanden: gedragen zich als snaren. Heeft enkel met de spanning te maken, en is onafhankelijk van het omgevingsgas.

Naast de grondtoon, worden vele boventonen gegenereerd.