
Theorie examen theoretische mechanica (3h)

Eerste bachelor fysica en sterrenkunde

21/06/2021

Vraag 1

- a) Definieer het zwaartepunt van een systeem van meerdere deeltjes. Toon aan dat het zwaartepunt beweegt als een deeltje met de totale massa van het systeem onder invloed van de totale externe kracht, mits de interne krachten voldoen aan (de zwakke vorm van) de 3e wet van Newton. Definieer de totale impuls van het systeem en toon aan dat deze behouden is als de externe kracht op het systeem verdwijnt.
- b) Definieer het totaal draaimoment en extern krachtmoment (rond de oorsprong van een Cartesisch coördinaatsysteem). Toon aan dat in geval van centrale interne krachten (sterke vorm van 3e wet van Newton), de tijdsevolutie van het totaal draaimoment bepaald wordt door het extern krachtmoment, en dat het totaal draaimoment een behouden grootte is als het extern krachtmoment op het systeem verdwijnt.
- c) Toon aan dat het totaal draaimoment (rond de oorsprong) de som is van het draaimoment van het zwaartepunt plus het draaimoment van de beweging van de deeltjes t.o.v. het zwaartepunt.
- d) Toon aan dat de totale kinetische energie gelijk is aan de som van de kinetische energie van het zwaartepunt plus de kinetische energie van de beweging van de deeltjes rond het zwaartepunt.

Vraag 2

- a) Toon aan dat in geval van holonoom-tijdsonafhankelijke bindingen en conservatieve gegeven krachten, de Hamiltoniaan van het systeem een behouden grootte is.
- b) Toon aan, via de stelling van Euler, dat in dit geval de Hamiltoniaan correspondeert met de totale energie van het systeem.

Vraag 3

Toon aan dat bij een algemene beweging onder invloed van een conservatieve centrale kracht de perksnelheid constant is, d.i. het oppervlak dat de positievector van het deeltje in zijn vlakke baan rond het krachtcentrum beschrijft is constant in de tijd.

Vraag 4

Toon aan dat onder een rotatie van het assenkruis de componenten van de traagheidstensor $I_{i'j'}$ in het nieuwe assenkruis verbonden zijn met componenten I_{ij} in het oorspronkelijke assenkruis door

$$I_{i'j'} = \sum_{ij} [O]_{i'i} [O]_{j'j} I_{ij}$$

met $[O]$ de transformatiematrix met elementen

$$[O]_{ij} = \mathbf{n}'_j \cdot \mathbf{n}_i$$

en n_i eenheidsvectoren volgens de assen van het oorspronkelijke assenkruis, n'_i eenheidsvectoren volgens de assen van het nieuwe assenkruis.