

Analyse II - Differentiaalvergelijkingen en aanvullingen

Voorbeelden van inzichtsvragen

Voorbeeld 1:

Zij $A \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$. Het is bekend dat $\lambda_1 = 5$, $\lambda_2 = 4$ en $\lambda_3 = 2 + 3i$ eigenwaarden zijn van A . Of dit alle eigenwaarden zijn van A is niet gegeven.

1. Kan je hieruit besluiten of de matrix A diagonaliseerbaar is?
2. Is de oorsprong een stabiel evenwichtspunt van de vergelijking $\mathbf{x}' = A\mathbf{x}$?

Leg kort uit. Als je gebruik maakt van eigenschappen uit de cursus, hoef je deze hier niet te bewijzen.

Voorbeeld 2:

Gegeven is het stelsel $\mathbf{x}'(t) = A\mathbf{x}(t)$ met $A = \begin{pmatrix} -(2 + \alpha) & 4 \\ 0 & 2 - \alpha \end{pmatrix}$.

Bepaal voor welke waarden van de parameter $\alpha \in \mathbb{R}$ het evenwichtspunt $(0, 0)$ een zadelpunt is. Leg kort uit. Als je gebruik maakt van eigenschappen uit de cursus, hoef je deze hier niet te bewijzen.

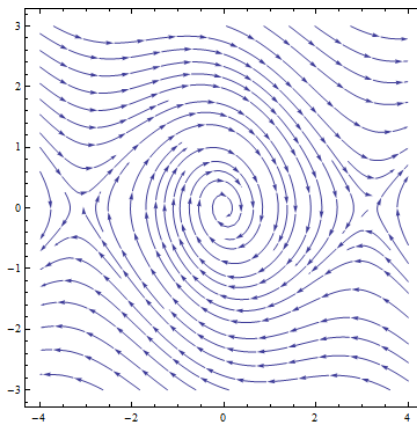
Voorbeeld 3:

Gegeven is een homogeen lineair stelsel (met veranderlijke coëfficiënten) dat bestaat uit drie (scalaire) vergelijkingen van tweede orde.

Kan je iets besluiten over de dimensie van de oplossingsruimte? Leg kort uit. Als je gebruik maakt van eigenschappen uit de cursus, hoef je deze hier niet te bewijzen.

Voorbeeld 4:

Hieronder wordt het fase-diagram afgebeeld van de vergelijking $\begin{cases} x' = y \\ y' = -\sin x + y/4. \end{cases}$



1. Bepaal alle kritieke punten van de vergelijking.
2. Welke van de kritieke punten uit deel (a) zijn stabiel? Welke zijn asymptotisch stabiel? Je mag hierbij steunen op de figuur.

Leg kort uit. Als je gebruik maakt van eigenschappen uit de cursus, hoef je deze hier niet te bewijzen.