

Schrijf hier je *naam*:

Na je examen geef je dit blad af, samen met alle gebruikte kladbladen.

Deel 1. (± 15 minuten)

Zij R een hoofdideaaldomein en zij $M \neq 0$ een eindig voortgebracht R -moduul. Toon aan dat er gehele getallen $s, t \geq 0$ en niet-nul elementen $d_1 \mid d_2 \mid \cdots \mid d_s$ in R zijn, zodat

$$M \cong R/(d_1) \oplus \cdots \oplus R/(d_s) \oplus R^t.$$

Deel 2. (± 10 minuten)

Zij G een eindige groep en zij p een priemgetal. Stel $O_p(G)$ gelijk aan de grootste normaaldeler van G die een p -groep is. Toon aan dat $O_p(G)$ gelijk is aan de doorsnede van alle Sylow p -deelgroepen van G .

Schrijf hier je *naam*:

Na je examen geef je dit blad af, samen met alle gebruikte kladbladen.

Deel 1. (± 15 minuten)

Zij G een eindige groep, en p een priemgetal. Toon aan dat elke twee Sylow p -deelgroepen toegevoegd zijn aan elkaar.

(Je mag hierbij reeds aannemen dat G steeds Sylow p -deelgroepen heeft. Je moet uiteraard wel nog de cruciale congruentie modulo p bewijzen die deel uitmaakt van het vorig deel van het bewijs.)

Deel 2. (± 10 minuten)

Bepaal de eenheden in de ring $\mathbb{Z}[\sqrt{-2024}]$.