

Oefeningen waarschijnlijkheidsrekening 16/1/87

- 1) De straal x van een sfeer is een toevallige veranderlijke met distributie bepaald door de dichtheid $\varphi(x) = 6x(1-x)$ $0 < x < 1$ en $\varphi(x) = 0$ elders.
 - a) Bereken de gemiddelde waarde en de variantie van x
 - b) Bereken de gemiddelde waarde van het volume van de sfeer
 - c) Geef een uitdrukking voor de waarschijnlijkheid dat het volume van de sfeer groter is dan een waarde v_0 .

- 2) Uit een volledig kaartspel trekt men door toeval zonder terugleggen 13 kaarten. Bereken de waarschijnlijkheid dat
 - a) de trekking terzelfdertijd minstens een aas en minstens een heer bevat
 - b) precies twee ruiten worden getrokken onder de voorwaarde dat de trekking ook precies twee azen bevat.

Examen waarschijnlijkheidsrekening

19 juni 1987

Oefeningen1ste Lic. Nat. - 2de Kand. Nat + Wis.

1. Van 24 dezelfde lampen zijn er 9 defekt. Iemand koopt 3 van de lampen naar willekeur genomen. De koper zal 2 van de 3 lampen controleren.
- Wat is de kans dat minstens een van beide goed is.
 - Als minstens een van beiden goed is, wat is dan de voorwaardelijke kans dat de 3de lamp defekt is.
2. Zij x, y uniform verdeeld voor x, y -waarden in de driehoek $0 < x < 3$ $0 < y < 1$ $3y < x$. Bepaal de cumulatieve distributie van de veranderlijke $z = x - y$ en de regressie van z op x .
3. De tijd (in uren) nodig om een bepaald project te voltooien is $N(100, 20)$. De winst y (≥ 0) die de ondernemer maakt is een functie van t zó dat
- $$y = 110 - t \quad \text{als} \quad t < 110$$
- $$y = 2(110 - t) \quad \text{als} \quad t > 110$$
- Wat is de kans dat de ondernemer geen verlies maakt?
 - Bereken de gemiddelde winst
 - Hoeveel mag een nieuwe gemiddelde waarde van t hoogstens bedragen opdat er met een kans van minstens 0,80 een winst optreedt van minstens 5.
4. Zij x_i $i=1, \dots, N$ een steekproef van de veranderlijke x met distributie $\varphi(x) dx = \frac{x}{\beta} \exp\{-\frac{1}{2} \frac{x^2}{\beta}\} dx$ $x > 0$
- Geef een MK schatting voor de parameter β . Ga na of het een echte schatting is.

2de KAN. NAT.	:	1 (5p)	2 (7p)	3 (8p)	_____	_____	_____
2de KAN. WIS. INF.	:	1 (4p)	2 (6p)	_____	4 (4p)	5 (6p)	_____
1ste LIC. NAT.	:	_____	_____	_____	4 (5p)	5 (7p)	6 (8p)

5. Een staalfabriek produceert staaldraden met sterkte $N(2000N, 100N)$. Een nieuwe fabricage techniek zou de gemiddelde sterkte verhogen. Om dit te testen wordt een steekproef genomen uit de nieuwe fabriek.
- a) Een steekproef van 50 staaldraden levert een steekproefgemiddelde van 2045N. (a_1) Bevestigt deze steekproef de verwachtingen t.o.v. c. 1% betrouwbaarheidsdrempel? (a_2) Welk risico aanvaardt de firma dat het oude proces bewaard wordt niettegenstaande het nieuwe proces de gemiddelde sterkte verhoogt tot 2050N.
- b) Als men de 1% betrouwbaarheidsdrempel in (a_1) bewaart maar de kans in (a_2) wil terugbrengen naar 5% hoe groot moet dan de steekproef zijn?
6. Test of de volgende steekproef, $N=250$, kan afkomstig zijn van een normaal verdeeld universum. Beschouw 5 klassen. De MK schatting voor de gemiddelde waarde is 17,0 en voor de dispersie 7,1.

x_i	: 9.25	9.75	10.25	10.75	11.25	11.75	12.25	12.75	13.25	13.75
n_i	: 1	0	2	1	1	2	5	4	7	6
x_i	: 14.25	14.75	15.25	15.75	16.25	16.75	17.25	17.75	18.25	18.75
n_i	: 13	14	15	13	24	15	19	23	22	12
x_i	: 19.25	19.75	20.25	20.75	21.25	21.75	22.25	22.75	23.25	23.75
n_i	: 12	7	6	8	6	4	2	2	0	3
x_i	: 24.25	24.75	25.25							
n_i	: 0	0	1							