DISCRETE WISKUNDE

1e KAN INFORMATIKA — 1e ZIT

1991-1992 — GROEP I

THEORIE

1) Geef definitie van multinomiaalgetal
   + formule
   + stel bewijs

2) Geef de recursieve betrekking voor bubble sort en merge + complexiteit

3) Definieer Euler
   + geef formule
   + bereken voor 1992

) vraag i.v.m. velden ..

) Bespreek Euleriaanse graaf

1ste kandidatuur Informatika – groep 2

Examen Diskrete Wiskunde – Theorie

Academiejaar 1991-92 – 1ste examenperiode

1. Geef de definitie van een gewone voortbrengende funktie van een rij $(a_k)_{k\in\mathbb{N}}$. Stel de voortbrengende funktie van de rij van de kombinaties met herhaling op.
2. Bewijs dat indien een priemgetal p een produkt van gehele getallen deelt, het ten minste één van deze gehele getallen moet delen.
3. Geef de definitie van de Möbius funktie μ en bewijs de Möbius inversieformule.
4. Geef de definitie van een cyclische groep en bewijs dat elke twee cyclische groepen van dezelfde orde isomorf zijn. Zoek al de deelgroepen van de groep S_3.
5. Bewijs dat een graaf Γ een boom is dan en slechts dan als tussen elk tweetal punten u en v precies één pad bestaat.

1ste kandidatuur Informatika – groep 4

Examen Diskrete Wiskunde – Theorie

Academiejaar 1991-92 – 1ste examenperiode

1. Geef de definitie van een aftelbare verzameling. Bewijs dat de verzameling $\mathbb{Q}$ aftelbaar is en dat $\mathbb{R}$ niet aftelbaar is.
2. Bewijs dat de verzameling van de priemgetallen een oneindige verzameling is. Bewijs dat elk getal $n \in \mathbb{N} \setminus \{0,1\}$ kan geschreven worden als een produkt van priemfaktoren en dat dit op een unieke manier kan op de orde van de faktoren na.
3. Bespreek en bewijs het aantal oplossingen van een lineaire congruentie $ax \equiv b \pmod{m}$.
4. Bewijs dat voor een willekeurig eindig veld $\mathbb{F}_q$ de additieve groep een elementair abelse groep is en dat de multiplikatieve groep een cyclische groep is.
5. Geef de definitie van een Eulergraaf. Bewijs de nodige en voldoende voorwaarde opdat een graaf Euleriaans zou zijn.

1ste kandidatuur Informatika – groep 5

Examen Diskrete Wiskunde – Theorie

Academiejaar 1991-92 – 1ste examenperiode

1. Geef de definitie van de Stirling getallen $S(n,k)$ van de tweede soort. Bewijs dat deze getallen recursief kunnen gedefinieerd worden door $S(n,k) = S(n-1,k-1) + kS(n-1,k)$, $(2 \leq k \leq n-1)$; $S(n,1) = S(n,n) = 1$.

2. Bewijs de stelling van Euler: als $\text{ggd}(y,m) = 1$ dan geldt

$$y^{\phi(m)} \equiv 1 \pmod{m}.$$

   Bewijs hieruit de stelling van Fermat voor congruenties. Bewijs dat n en n^5 steeds op hetzelfde cijfer eindigen voor elke positief natuurlijk getal n.

3. Veronderstel dat a en m 2 natuurlijke getallen zijn die onderling priem zijn. Veronderstel a de orde t, bewijs de nodige en voldoende voorwaarde opdat a^k eveneens de orde t zou bezitten. Zoek de primiteve wortels van 13.

4. Onderzoek het aantal kwadraten van een eindig veld.

5. Formuleer en bewijs de stelling van Hall voor het bestaan van een toewijzing (of koppeling) in een tweedelige graaf.

1ste kandidatuur Informatika

Examen Diskrete Wiskunde – Oefeningen

Academiejaar 1991-92 – 1ste examenperiode

1. De programmeertaal "Pastran" aanvaardt variabelen van ten hoogste 6 karakters. Het eerste karakter moet een klinker zijn, terwijl elk ander eventueel karakter ofwel een klinker ofwel een oneven cijfer moet zijn. Hoeveel variabelen kunnen er in Pastran gebruikt worden.

2. Zoek de oplossing(en) (x, y) van het volgend stelsel over $\mathbb{Z}_7$.

$$\begin{cases} x + 2y &= 4 \\ 4x + 3y &= 4 \end{cases}$$

   Zoek eveneens de oplossingen over $\mathbb{Z}_5$.

3. Laat a_n het aantal "woorden" van lengte n zijn met letters uit het alfabet $\{0, 1, 2, 3\}$ waarbij een oneven aantal nullen voorkomen.

   (a) Bewijs dat $a_{n+1} = 2a_n + 4^n, \forall n \in \mathbb{N}$.

   (b) Zoek de waarde van een algemene term uit de rij $(a_k)_{k\in\mathbb{N}}$.

   (c) Stel de voortbrengende funktie op die bij dit probleem behoort.

4. Zoek het aantal oplossingen $(x, y) \in \mathbb{F}_{16} \times \mathbb{F}_{16}$ die voldoen aan $x^2 + y^3 = 1$.

5. Zoek alle deelgroepen van $C_2 \times C_3 \times C_5$.

6. We nemen aan dat een jaar een schrikkeljaar is (maw. 366 dagen bevat) dan en slechts dan als het jaartal een veelvoud is van 4 (in deze veronderstelling is het jaar 2000 dus wel degelijk een schrikkeljaar). Op zaterdag 1 juni 1991 was het volle maan. In welk jaar, volgend op een schrikkeljaar, zal het voor het eerst volle maan zijn op een dinsdag 2 juni, wetende dat een maancyclus 29 dagen duurt.