1ste kandidatuur Informatika – groep 1

Examen Diskrete Wiskunde – Theorie

Academiejaar 1992-93 – 1ste examenperiode

1. Geef de definitie van een wanorde d_n van $\mathbb{N}[1, n]$. Bewijs dat een wanorde recusief kan gedefinieerd worden door $d_n = (n-1)(d_{n-1} + d_{n-2})$, $n > 2$, $d_1 = 0$, $d_2 = 1$.
2. Geef en bewijs het verband tussen een recursief gedefinieerde rij $(a_k)_{k\in\mathbb{N}}$ en zijn voortbrengende funktie.
3. Bespreek het aantal oplossingen van een kwadratische congruentie $x^2 \equiv a \pmod{p}$, met p een oneven priemgetal. Bewijs het criterium van Euler voor de kwadratische congruenties.
4. Onderzoek het aantal kwadraten van een eindig veld.
5. Geef de definitie van een Hamiltoniaanse graaf. Bewijs de stelling van Dirac opdat een graaf Hamiltoniaans zou zijn.

1ste kandidatuur Informatika – groep 3

Examen Diskrete Wiskunde – Theorie

Academiejaar 1992-93 – 1ste examenperiode

1. Geef de definitie van de Stirling getallen $S(n,k)$ van de tweede soort. Bewijs dat deze getallen recursief kunnen gedefinieerd worden door $S(n,k) = S(n-1,k-1) + kS(n-1,k)$, $(2 \leq k \leq n-1)$, $S(n,1) = S(n,n) = 1$.
2. Bewijs het algoritme van Euclides voor het berekenen van de grootste gemene deler d van 2 gehele getallen a en b. Bewijs dat er steeds gehele getallen m en n kunnen gevonden worden zodanig dat $a \cdot m + b \cdot n = d$.
3. Bespreek en bewijs het aantal oplossingen van een lineaire congruentie $ax \equiv b \pmod{m}$.
4. Geef en bewijs de karakterisatiestelling voor eindige cyclische groepen.
5. Bespreek het algoritme voor het konstrueren van een maximumkoppeling in een graaf door middel van vergrotende wisselpaden. Bewijs de korrektheid van het algoritme (stelling an Petersen – Berge).

1ste kandidatuur Informatika – groep 4

Examen Diskrete Wiskunde – Theorie

Academiejaar 1992-93 – 1ste examenperiode

1. Bewijs de formule voor het aantal partities van een natuurlijk getal.
2. Geef de definitie van de Möbius funktie μ en bewijs de Möbius inversieformule.
3. Formuleer en bewijs de Chinese reststelling. Leg het algoritme uit voor het oplossen van een stelsel van lineaire congruenties.
4. Geef een definitie van even en oneven permutatie. Bewijs dat deze definitie onafhankelijk is van de ontbinding in transposities.
5. Geef de definitie van een Eulergraaf. Bewijs de nodige en voldoende voorwaarde opdat een graaf Euleriaans zou zijn. Leg het algoritme van Fleury uit en bewijs de korrektheid hiervan.

1ste kandidatuur Informatika

Examen Diskrete Wiskunde – Oefeningen

Academiejaar 1992-93 – 1ste examenperiode

1. (a) Hoeveel natuurlijke getallen kleiner dan 100.000 zijn er die bestaan uit verschillende cijfers?
   (b) Hoeveel natuurlijke getallen kleiner dan 1.000.000 bestaan er die het cijfer 9 bevatten en waarvan de som van de cijfers gelijk is aan 13?

2. Een computer aanvaardt als paswoord elke rij cijfers die een even aantal maal het cijfer 0 bevat. Noem a_n het aantal paswoorden van lengte n.
   (a) Bereken a_1 en a_2.
   (b) Bewijs dat de recurrente betrekking van a_n gegeven wordt door:
   $$a_n = 8a_{n-1} + 10^{n-1}.$$
   (c) Los de recurrente betrekking op.

3. Bereken $7^{28483} \pmod{1320}$.

4. Los het volgende stelsel op.
$$\begin{cases} z^2 \equiv 2 \pmod 7 \\ z^2 \equiv 81 \pmod{101} \end{cases}$$

5. (a) Stel de tabel van de Zech log-funktie op voor het veld $\mathbb{F}_{16} = \{0, \alpha, \ldots, \alpha^{15} \| \alpha^4 + \alpha + 1 = 0\}$.
   (b) Hoeveel koppels $(x, y) \in \mathbb{F}_{16} \times \mathbb{F}_{16}$ zijn er die voldoen aan $x^4 + y^6 + 1 = 0$.