1ste examenperiode 1992 - 1993

EXAMEN : Datastructuren en Algoritmen I

Groep 1

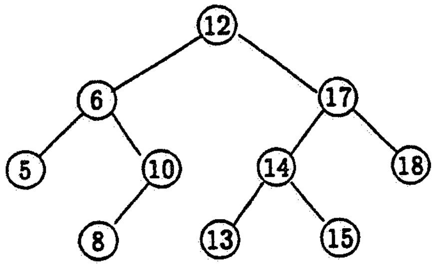
1. Geef een algoritme om een binaire hoop met n knopen (en n verschillende sleutels) in $O(n)$ tijd op te bouwen. Geef ook een bewijs dat de tijdscomplexiteit van het algoritme lineair is in n.

2. Als men aan de onderstaande AVL-boom de knoop met sleutel 16 toevoegt :

   a) bepaal (na de invoeging) de balansfactor van elke knoop;

   b) bepaal het type van de rotatie waarmee het evenwicht kan hersteld worden;

   c) voer de rotatie uit en toon de resulterende AVL-boom.



3. Leg uit hoe men met behulp van een wachtlijn een geschakelde binaire boom in de sequentiële orde kan doorlopen (d.w.z. per niveau de knopen van links naar rechts aflopen, te beginnen met de wortel).

4. Geef een algoritme om in een dubbel geschakelde lijst twee opeenvolgende knopen te verwisselen zonder die knopen te verplaatsen, m.a.w. door alleen pointers aan te passen.

5. Bewijs voor een niet-lege binaire boom T dat

$$n_0 = n_2 + 1$$

als n_0 het aantal bladeren van T voorstelt en n_2 het aantal toppen van graad 2 is.

6. Onderzoek het asymptotisch gedrag van een algoritme waarvan bekend is dat de uitvoeringstijd $T(n)$ voldoet aan

$$T(n) = 2T(n-1) + O(1), \qquad \text{met } T(1) = O(1).$$

1ste examenperiode 1992 - 1993

EXAMEN : Datastructuren en Algoritmen I

Groep 2

1. Geef de definitie van een AVL-boom. Bewijs dat de diepte van een AVL-boom ten hoogste $O(\log n)$ is.

2. Welke binaire zoekboom bekomt men als men achtereenvolgens de toppen met sleutels 8, 6, 4, 9, 3, 7 en 5 aan een aanvankelijk lege zoekboom toevoegt ? Welke zoekboom blijft over als vervolgens de top met sleutel 4 wordt weggelaten ?

3. Geef de definitie van een veralgemeende lijst en bespreek de geschakelde voorstelling. Wat is een recursieve lijst en geef een voorbeeld.

4. Geef een algoritme om twee enkelvoudig-geschakelde lijsten met header te concateneren.

5. Geef een werkwijze om een $n \times n$ beneden-triangulaire matrix A sequentieel voor te stellen (nl. als een één-dimensionale array). Geef een formule waarmee in constante tijd voor elke (i, j) met $1 \leq j \leq i \leq n$, de positie van het element A_{ij} in de array kan gevonden worden.

6. Analyseer met $O(.)$-notatie de uitvoeringstijd van het volgende programmaonderdeel in functie van n :

```
SOM := 0;
for I := 1 to N do
  for J := 1 to I do
    for K := 1 to I-J  do
      SOM := SOM + 1;
```

1ste examenperiode 1992-1993

EXAMEN : Datastructuren en Algoritmen I

Groep 3

1. Wat verstaat men onder opwaartse en neerwaartse percolatie in een binaire hoop ? Op welk type percolatie doet men beroep bij het toevoegen van een knoop aan een binaire hoop ? Leg uit.

2. Geef de definitie van een binaire zoekboom. Welke binaire zoekboom bekomt men als men achtereenvolgens de toppen met sleutels 6, 4, 8, 5, 2, 7, 1 en 9 aan een aanvankelijk lege zoekboom toevoegt ?

3. Geef een algoritme om vertrekkend van een (rekenkundige of logische) uitdrukking in postfix-notatie de met deze uitdrukking geassocieerde geschakelde binaire boom op te bouwen. Welke boom is geassocieerd met de postfix-uitdrukking `a b c + * d e - f * +`

4. Geef een algoritme om in $O(1)$ tijd alle knopen van een circulair-geschakelde lijst toe te voegen aan een enkelvoudig geschakelde lijst van vrije knopen. De circulaire lijst is van een header voorzien.

5. Geef een algoritme om in een geschakelde binaire zoekboom de knoop met de k-de kleinste sleutel te vinden.

6. Onderzoek het asymptotisch gedrag van een algoritme waarvan bekend is dat de uitvoeringstijd $T(n)$ voldoet aan

$$T(n) = T(n/2) + O(\log n), \qquad \text{met } T(1) = O(1).$$

1ste examenperiode 1992 - 1993

EXAMEN : Datastructuren en Algoritmen I

Groep 4

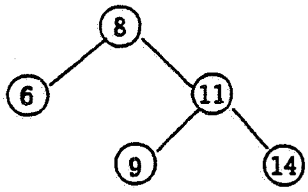
1. Wat verstaat men onder opwaartse en neerwaartse percolatie in een binaire hoop ? Op welk type percolatie doet men beroep bij het weglaten van de wortel van een binaire hoop ? Leg uit.

2. Als men aan de onderstaande AVL-boom de knoop met sleutel 12 toevoegt :

   a) bepaal (na de invoeging) de balansfactor van elke knoop;

   b) bepaal het type van de rotatie waarmee het evenwicht kan hersteld worden;

   c) voer de rotatie uit en toon de resulterende AVL-boom.



3. Leg uit met welke bedoeling men soms in een veralgemeende lijst referentietellers invoert en bijhoudt. Toon aan, eventueel met behulp van een voorbeeld, dat dergelijke tellers ontoereikend zijn in het geval van recursieve lijsten.

4. Bespreek de circulaire array-implementatie van een wachtlijn en geef algoritmen voor het toevoegen en weglaten van een element in deze representatie.

5. Hoeveel toppen kan een boom van graad 3 en van diepte k ($k \geq 1$) ten hoogste bevatten en wat is het minimum aantal toppen ?

6. Analyseer met $O(.)$-notatie de uitvoeringstijd van het volgende programmaonderdeel in functie van n :

```
SOM := 0;
for I := 1 to N do
  for J := 1 to I*I*I do
    for K := 1 to J  do
      SOM := SOM + 1;
```

1ste examenperiode 1992 - 1993

EXAMEN : Datastructuren en Algoritmen I

Groep 5

1. Geef de definitie van een binaire hoop en leg uit hoe dergelijke binaire hoop sequentieel voorgesteld wordt. Wat zijn de basisbewerkingen op een binaire hoop ?

2. Toon het resultaat van het achtereenvolgens invoeren van de toppen met sleutels 3, 5, 7, 2, 9, 8 en 4 in een aanvankelijk lege AVL-boom.

3. Leg uit hoe men met behulp van een stapel een (rekenkundige of logische) uitdrukking in infix-notatie omzet tot een equivalente uitdrukking in postfix-notatie. Bespreek de ruimte- en tijdscomplexiteit van dit conversie-algoritme.

4. Geef een algoritme om een lineaire lijst in de enkelvoudig geschakelde lijstvoorstelling om te keren en bespreek er de complexiteit van.

5. Leg uit hoe men een veelterm in meer veranderlijken als een veralgemeende lijst kan voorstellen.

6. Onderzoek het asymptotisch gedrag van een algoritme waarvan bekend is dat de uitvoeringstijd $T(n)$ voldoet aan

$$T(n) = 3T(n/3) + O(1), \qquad \text{met } T(1) = O(1).$$

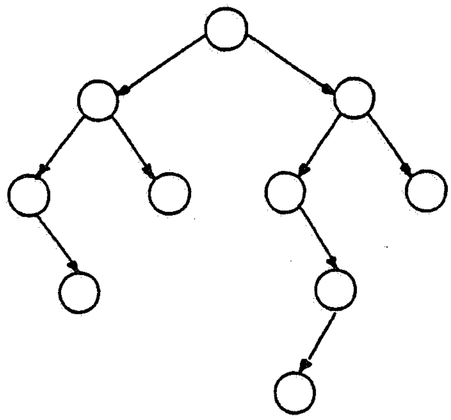
1ste examenperiode 1992 - 1993

EXAMEN : Datastructuren en Algoritmen I

Groep 6

1. Leg uit hoe men in de sequentiële voorstelling van een binaire hoop in constante tijd de posities bepaalt van de kinderen en van de ouder van een gegeven knoop.

2. Leg uit wat men verstaat onder het bedraden van een binaire boom. Maak van onderstaande binaire boom een bedrade binaire boom.



3. Bespreek de werkwijze om in een binaire zoekboom een knoop met gegeven sleutel weg te laten.

4. Geef een $O(1)$ algoritme om twee circulaire lijsten (beide met header) te concateneren.

5. Bereken de kans opdat een willekeurige binaire zoekboom met 4 toppen een AVL-boom zou zijn. Neem daarbij aan dat de zoekbomen die met de 24 permutaties van de 4 sleutels overeenstemmen met gelijke kans voorkomen.

6. Bewijs dat

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} = O(\log n)$$