Diskrete Wiskunde

Groep 1, 1ste examenperiode 1993-1994

1. Geef de definitie van een aftelbare verzameling en bewijs dat de verzameling van de rationale getallen aftelbaar is en dat de verzameling van de reële getallen een niet aftelbare verzameling is.
2. Geef en bewijs het verband tussen een rij en zijn voortbrengende funktie.
3. Geef en bewijs de definitie van de Eulerfunktie. Bewijs dat $\sum_{d|n} \Phi(d) = n$
4. Geef en bewijs de karakterisatiestelling voor eindige groepen.
5. Geef de definitie van een Hamitoniaanse graaf en bewijs de stelling van Dirac.

Groep 2, 1ste examenperiode 1993-1994

1. Geef en bewijs de formule van de Stirlinggetallen.
2. Geef de definitie van de Möbiusfunktie. Formuleer en bewijs de Möbius-inversie formule.
3. Formuleer en bewijs de stelling van Wilson.
4. Geef de definitie van een cyclische groep. Zoek eveneens alle deelgroepen van S_3.
5. Illustreer de BFS en DFS zoekmethoden aan de hand van een voorbeeld. Geef de uitwisselingsstelling voor opspannende bomen.

Groep 3, 1ste examenperiode 1993-1994

1. Formuleer en bewijs de formule voor het aantal partities van een natuurlijk getal.
2. Geef de definitie van een inverteerbaar element in Z_m en bewijs de nodige en voldoende voorwaarde opdat een element in Z_m inverteerbaar zou zijn.
3. Formuleer en bewijs de Chinese reststelling. Leg het algoritme uit voor het oplossen van stelsels lineaire congruenties.
4. Bewijs dat voor een eindig veld F_q, $F_q, +$ een elementair abelse groep van orde p^h is en $F_q, .$ een cyclische groep is van orde $q-1$.
5. Bespreek het algoritme voor het construeren van een maximumkoppeling in een graaf door middel van vergrotende wisselpaden. Bewijs de korrektheid van dit algoritme. (Stelling van Peetersen-Berghe)

Groep 4, 1ste examenperiode 1993-1994

1. Geef de definitie van het axioma van de goede ordening en leg uit dat als gevolg van dit axioma het induktieprincipe in N gebruikt mag worden.
2. Veronderstel dat a en m 2 natuurlijke getallen zijn die onderling priem zijn. Veronderstel dat a de orde t bezit modulo m, bewijs de nodige en voldoende voorwaarde opdat a^k eveneens de orde t zou bezitten modulo m.
3. Formuleer en bewijs de stelling van Lagrange voor de orde van een deelgroep van een eindige groep.
4. Onderzoek het aantal kwadraten in een eindig veld.
5. Leg het algoritme van Kruskal uit voor het verbindingenprobleem in een gewogen graaf en bewijs de korrektheid van dit algoritme. Bespreek eveneens de cykeltesten het algoritme van Prim.

Groep 5, 1ste examenperiode 1993-1994

1. Geef de definitie van wanorde en geef het bewijs van de recursieve formule.
2. Geef de matrixmethode voor het oplossen van homogeen lineare recurrente betrekkingen.
3. Als $ggd(y,m) = 1$ bewijs dan dat $y^{\Phi(m)} \equiv 1$ mod m en bewijs hieruit de stelling van Fermat.
4. Geef het aantal oplossingen van $x^2 \equiv a$ mod p met p een oneven priemgetal
5. Geef het algoritme van Fleuri voor het opstellen van een Eulertoer

Groep 6, 1ste examenperiode 1993-1994

1. Geef en bewijs de formule voor het aantal partities van een verzameling.
2. Bewijs dat de verzameling van de priemgetallen een oneindige verzameling is. Bewijs dat elk getal van $N_0\backslash\{1\}$ kan geschreven worden als het produkt van priemfactoren en deze ontbinding in priemfactoren uniek is op de volgorde van de priemfactoren na.
3. Veronderstel dat p een oneven priemgetal is. Bewijs dat er een $a \in Z_p$ bestaat zodat $a^2 \equiv -1$ mod $p \Leftrightarrow p \equiv 1$ mod 4
4. Geef de definitie van even en oneven permutaties en bewijs dat deze definitie onafhankelijk is van de ontbinding in transposities.
5. Leg het algoritme van Kruskal uit voor het verbindingenprobleem in een gewogen graaf en bewijs de korrektheid hiervan. Bespreek eveneens de cykeltest en het algoritme van Prim.

1ste kandidatuur Informatika

Examen Diskrete Wiskunde – Oefeningen

Academiejaar 1993-94 – 1ste examenperiode

1. Hoeveel natuurlijke getallen met hoogstens 4 cijfers bestaan er zodanig dat de cijfers van links naar rechts stijgen (strikt stijgen of gelijk blijven) met betrekking tot de natuurlijke orderelatie?

2. Los op:
$$\begin{cases} x^3 \equiv 5 \pmod{11} \\ x^4 \equiv 38 \pmod{43} \end{cases}$$

3. Men beschouwt n ($n \geq 1$) cirkels in het vlak zodat
   (a) elke cirkel alle andere cirkels in 2 verschillende punten snijdt,
   (b) geen 3 cirkels een punt gemeen hebben.

   Zij a_n het aantal gebieden waarin het vlak verdeeld wordt door deze cirkels.
   Bepaal een recurrente betrekking voor a_n en los deze recurrente betrekking op.

4. Geef de tralie van deelgroepen van de groep $C_{169} \times C_8$.

5. Beschouw F_{16} gedefinieerd aan de hand van de primitieve veelterm $t^4 + t + 1$.
   Geef de log-tabel van F_{16} en zoek in F_{16} al de oplossingen van de vergelijking
$$X^8 + X^4 + t^{10} = 0.$$