1ste kandidatuur Informatika

Examen Diskrete Wiskunde – Oefeningen

Academiejaar 1994-95 – 2de examenperiode

1. Gegeven zijn drie dozen die respectievelijk gevuld zijn met zes rode, zes blauwe, en zes gele ballen.
   Op hoeveel manieren kan men 11 ballen uit deze dozen nemen, als uit elke doos minstens één bal genomen moet worden? (Geef een bewijs zonder opsomming van al de mogelijkheden)

2. Hoeveel woorden (eventueel zonder betekenis) kunnen er gevormd worden met al de letters uit het woord OPEENVOLGEND waarbij twee klinkers elkaar nooit mogen opvolgen?

3. Bereken de kleinste positieve macht n zodat voor elke $a \in \mathbb{Z}$, met $\text{ggd}(a, 1020) = 1$,
   $$a^n \equiv 1 \pmod{15} \equiv 1 \pmod{20} \equiv 1 \pmod{17}.$$

4. Beschouw de groep $G = \langle a, b \rangle$ met $a^n = e$ $(n \geq 2)$, $b^2 = e$, en met $bab^{-1} = a^{-1}$.
   Bewijs dat de groep G nooit cyclisch is.

5. Los het volgende stelsel recurrente betrekkingen op:
   $$\begin{cases} a_n = 3a_{n-1} + 2b_{n-1}, & n \geq 1 \\ b_n = a_{n-1} + 2b_{n-1}, & n \geq 1 \end{cases}$$
   met $a_0 = 1$ en $b_0 = 2$.
   (Herleid hiertoe het stelsel tot een lineaire recurrente betrekking voor b_{n+1}, met $n \geq 1$)

6. Hoeveel oplossingen (x_0, x_1, x_2) zijn er in $GF(4) \times GF(4) \times GF(4)$ voor de vergelijking $X_0^3 + X_1^3 + X_2^3 = 0$?