2de kand. wiskunde
Academiejaar 1995-96, 2de semester
Projectieve Meetkunde

Onderstel dat $\mathcal{A} = (\bar{P}, \bar{B}, \bar{I})$ een affien vlak is. Dan bestaat er, op een isomorfisme na, één en slechts één projectief vlak $\mathcal{P}$ waarvan $\mathcal{A} = \mathcal{P}^L$ met L een rechte van $\mathcal{P}$.

- Stel de nodige en voldoende voorwaarde op opdat een element $\alpha \in P\Gamma L_2(\mathsf{K})$ een involutie zou zijn. Maak verder onderscheid naargelang $\alpha \in PGL_2(\mathsf{K})$ of $\alpha \notin PGL_2(\mathsf{K})$. Bespreek ook het aantal fixpunten voor $\mathsf{K} = \mathsf{R}$, $\mathsf{K} = \mathsf{C}$ respectievelijk K eindig.
- Bewijs dat elk automorfisme α van $\mathrm{PG}(V)$, $d(V) \geq 3$, dat een as heeft, ook een centrum heeft en omgekeerd. Bespreek de fixpunten en gefixeerde hypervlakken, en het aantal centra en assen.

TWEEDE KANDIDATUUR WISKUNDE DINSDAG 17 SEPTEMBER 1996

VOORMIDDAG, 08:30h – 11:30h. TWEEDE ZITTIJD

Examen Oefeningen Projectieve Meetkunde

Vraag 1. Zij p_1, p_2, p_3 drie verschillende niet-collineaire punten van $PG(2, K)$, voor een zeker veld K.

1. Als γ een irreducibele kegelsnede is die p_1, p_2 en p_3 bevat, en $\alpha \in PGL_3(K)$ een collineatie waarvoor $p_i^\alpha = p_i$, $i = 1, 2, 3$, bewijs dan dat α noodzakelijk het eenheidselement is van $PGL_3(K)$. Is dit ook zo voor $\alpha \in P\Gamma L_3(K)$? Indien wel, bewijs; indien niet, geef een tegenvoorbeeld.
2. Als $\beta \in PGL_3(K)$ een collineatie is waarvoor $p_1^\alpha = p_2$, $p_2^\alpha = p_3$ en $p_3^\alpha = p_1$, bewijs dan dat α^3 het eenheidselement van $PGL_3(K)$ is. Onderzoek of β een centrale of axiale collineatie kan zijn. Als $K = GF(q)$ eindig is, bespreek dan het aantal mogelijke fixpunten (bepreking naar q) van β.
3. Als $\theta \in PGL_3(K)$ een collineatie is waarvoor $p_1^\theta = p_2$ en $p_2^\theta = p_1$, bewijs dan dat θ^2 alle punten van de rechte p_1p_2 fixeert.

Vraag 2.

1. Hoeveel absolute punten, absolute rechten en absolute vlakken zijn er in $PG(3, q)$ voor een symplectische polariteit?
2. Gegeven is een polariteit β van $PG(3, 3)$. Onderstel dat, ten opzichte van een gekozen basis, de punten met coordinaten

$$\begin{array}{ll} (1,0,0,0) & (0,1,1,1) \\ (0,1,0,0) & (1,0,1,1) \\ (0,0,1,0) & (1,1,0,1) \\ (0,0,0,1) & (1,1,1,0) \end{array}$$

absoluut zijn. Bewijs dat β een symplectische polariteit is.

3. Gegeven in $PG(3, q^2)$ een hermitische kromme H en een rechte L die geen raaklijn is aan de kromme H. Bewijs dat er een projectief deelvlak $PG(3, q)$ bestaat die L bevat en waarvoor de punten op L precies de punten van H zijn op L.

SCHRIJF ELKE OEFENING OP EEN AFZONDERLIJK DUBBEL BLAD.
VERGEET JE NAAM NIET TE VERMELDEN OP ELK BLAD!