examenvragen analyse '95 - '96

analyse I

1ste zit: groep 1: binomiaalreeks
f en g integreerbaar, dan fg integreerbaar

groep 2: hulpstelling van Riemann
homogene n-de orde diff. vgl. met cte coëfficiënten: basis oplossingsruimte

groep 3: d'Alembert en Raabe
singuliere integraal van Dirichlet

groep 4: convergentiestelling voor 2π-periodieke functies (Dirichlet)
additiviteit van de integraal

groep 5: hoofdstelling van de algebra
?

2de zit: omschikking volstrekt convergente reeks
singuliere integraal van Dirichlet

enigheidsstelling i.v.m. 2de orde-afgeleiden
kenmerk van Cauchy voor rijen en reeksen

analyse II

1ste zit: groep 1: elke compacte verzameling is meetbaar
?

groep 2: 2 hoofdstellingen voor lijnintegralen
Levi + hulpstellingen 1 en 2

groep 3: Fatou + stelling van gedomineerde convergentie (Levi)
$\int_0^{+\infty} \frac{\sin x}{x}\,dx = \frac{\pi}{2}$ en $\int_0^{+\infty} \left|\frac{\sin x}{x}\right| dx \rightarrow +\infty$

groep 4: f begrensd en b.o. continu, dan f integreerbaar
lineariteit van de Lebesgue-integraal (algemeen)

groep 5: Stokes
elke ... = limiet van een stijgende rij nietnegatieve simpele afbeeldingen

2de zit: definitie Γ-functie en B-functie + variant + verband tussen Γ en B
f van klasse C^2 over open verzameling, dan $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$ in die verzameling

Eerste Kandidatuur Wiskunde-Natuurkunde
Oefeningen Analyse II
16 september 1996

Maak geen oefeningen te veel; gebruik je vrijstellingen!

ANALYSE I:

1. Bepaal de oplossingenverzameling van de volgende differentiaalvergelijking:

$$y^{(iv)} + 2y''' + 5y'' + 8y' + 4y = \cos x + 40e^{x}.$$

2. Bereken

$$\int \frac{x \ln x}{\sqrt{(x^2-1)^3}}\, dx.$$

3. Bereken

$$\int \frac{dx}{x\sqrt{x^n - a^n}} \quad (a > 0).$$

Zorg ervoor dat de eindoplossing een arccos-functie bevat.

ANALYSE II:

1. Beschouw het torusoppervlak dat ontstaat door een cirkel met straal $r = 2$ te wentelen rond de z-as op afstand 5 van het middelpunt van de cirkel.
   Bereken het gedeelte van dit torusoppervlak dat binnen in een bol met straal R, $3 < R < 7$, en met de oorsprong als centrum, gelegen is.

2. Bereken het volume van het lichaam dat begrensd wordt door

$$x^2 + y^2 + z^2 = a^2 \text{ en } x^2 + y^2 > |ax| \quad (a > 0).$$

---

* Gebruik voor elke oefening een nieuw blad.
* Motiveer je werkwijze zo goed mogelijk (evt. met figuur).

Veel succes !