1ste kandidatuur Informatica

Examen Diskrete Wiskunde – Theorie – Groep 7

Academiejaar 1996-97 – 1ste examenperiode

1. Geef de definitie van een wanorde d_n van $N[1,n]$. Bewijs dat een wanorde recursief kan gedefinieerd worden door $d_n = (n-1)(d_{n-1} + d_{n-2})$, $n > 2$, $d_1 = 0$, $d_2 = 1$.

2. Bewijs dat er voor elke 2 getallen $a \in N_0$ en $b \in \mathbb{Z}$ unieke gehele getallen q en $r \in N[0, a-1]$ bestaan waarvoor $b = a \cdot q + r$. Bewijs dat elk natuurlijk getal op een unieke manier ontwikkeld kan worden in een willekeurig gekozen basis $t \in N \setminus \{0,1\}$.

3. Bewijs de stelling van Wilson: $(p-1)! \equiv -1 \pmod{p}$ voor een willekeurig priemgetal p.

4. Formuleer en bewijs de stelling van Lagrange voor de orde van een deelgroep van een eindige groep.

5. Bespreek het algoritme voor het konstrueren van een maximumkoppeling in een graaf door middel van vergrotende wisselpaden. Bewijs de korrektheid van het algoritme (stelling van Petersen – Berge).

1ste kandidatuur Informatica

Examen Diskrete Wiskunde – Oefeningen

Academiejaar 1996-97 – 1ste examenperiode

1. Een boodschap die bestaat uit 12 verschillende symbolen moet worden doorgeseind. Naast deze 12 symbolen worden 45 blanco's doorgezonden met tussen elke 2 verschillende symbolen minstens 3 blanco's. Op hoeveel manieren kan de boodschap doorgeseind worden?

2. Geef alle oplossingen van $x^2 = 1526 \pmod{1829}$.

3. Een alfabet bestaat uit vier verschillende cijfers en vijftien verschillende letters. Een woord bestaat uit een opeenvolging van letters en cijfers, maar steeds zódanig dat er nooit 2 (gelijke of verschillende) letters na elkaar voorkomen (opeenvolgende cijfers kunnen wél). Bepaal de recurrente betrekking voor het aantal woorden a_n van lengte n en los deze op. Bepaal eveneens de voortbrengende funktie voor a_n.

4. Een cyclische groep C_n van de orde n wordt voortgebracht door g. Bewijs dat de deelgroep $H \leq C_n$, voortgebracht door g^k $(k \in \mathbb{N} \setminus \{0\})$ de orde $\frac{n}{\mathrm{ggd}(n,k)}$ heeft.

5. Los in het veld $\mathbf{F}_9$ gedefinieerd aan de hand van het irreducibel polynoom $f(t) = t^2 + 1$ over $\mathbf{Z}_3$, de volgende vergelijking op.

$$X^3 + X^2 + (t-1)X - t - 1 = 0.$$

VERGEET JE NAAM NIET TE VERMELDEN OP ELK BLAD!