

1ste kandidatuur Informatica – groep 4

Examen Diskrete Wiskunde – Theorie

Academiejaar 1996-97 – 2de examenperiode

1. Geef de definitie van een aftelbare verzameling. Bewijs dat de verzameling \mathbb{Q} aftelbaar is en dat \mathbb{R} niet aftelbaar is.
2. Geef en bewijs het verband tussen een recursief gedefinieerde rij $(a_k)_{k \in \mathbb{N}}$ en zijn voortbrengende functie.

3. Geef de definitie van de Euler functie Φ en bewijs de formule voor $\Phi(n)$. Bewijs dat

$$\sum_{d|n} \Phi(d) = n.$$

4. Geef en bewijs de karakterisatiestelling voor eindige cyclische groepen.
5. Geef de definitie van een Hamiltoniaanse graaf. Bewijs de stelling van Dirac opdat een graaf Hamiltoniaans zou zijn.

NAMIDDAG, 14:00h

TWEEDE ZITTIJD

EERSTE KANDIDATUUR INFORMATICA

MAANDAG 15 SEPTEMBER 1997

Examen Oefeningen Discrete Wiskunde

Vraag 1. Beschouw het woord 'ONGEWOON'.

- (a) Hoeveel verschillende woorden (eventueel zonder betekenis) kunnen worden gevormd als we alle letters gebruiken (elke letter slechts eenmaal)?
- (b) Hoeveel van deze woorden hebben drie O's na elkaar?
- (c) In hoeveel woorden staan nooit twee O's na elkaar?

Vraag 2. Onderstel dat er n personen ($n \geq 2$) op een receptie zijn. Elke persoon zal juist eenmaal een hand geven aan alle andere aanwezigen (en dus niet aan zichzelf).

- (a) Bewijs dat de recurrente betrekking voor het bepalen van het totale aantal keer dat handen werden geschud, gegeven wordt door:

$$a_{n+1} = a_n + n.$$

- (b) Vind de nodige beginvoorwaarde(n).
- (c) Los de recurrente betrekking op.

Vraag 3. Zoek het kleinste natuurlijk getal dat oplossing is van:

$$\begin{cases} 5x \equiv 13 \pmod{17} \\ -2x \equiv 3 \pmod{5} \\ 8x \equiv 12 \pmod{14} \end{cases}$$

Vraag 4. Geef alle deelgroepen van $C_{25} \times C_{81}$ en stel de tralie van de deelgroepen op.

Vraag 5. Beschouw het veld F_{16} bepaald door $t^4 + t + 1$.

- (a) Stel de logtabel op.
- (b) Bewijs dat in dit veld, $X = t$ een oplossing is van de vergelijking

$$X^3 + t^5 X^2 + tX + t^{10} = 0.$$

- (c) Ontbind de veelterm $f(X) = X^3 + t^5 X^2 + tX + t^{10}$ in factoren.

VERGEET JE NAAM NIET TE VERMELDEN OP ELK BLAD!