## Analyse I — 13 september 1999

*Het examen is mondeling, na een schriftelijke voorbereiding. Het is bijgevolg niet nodig dat alles netjes uitgeschreven op uw blad staat; mondelinge toelichting is even goed.*

*De bewijzen moeten niet langer of explicieter zijn dan in de cursus, en alles wat voorafgaat mag zonder meer gebruikt worden.*

*Bent u klaar met voorbereiden, of kunt u niet starten, kom dan naar Lokaal 27.*

---

(1)
(i) Formuleer en bewijs de **Integraaltest van Cauchy**.
(ii) Pas toe op de convergentie van **hyperharmonische reeksen** en op
(iii) de **constante van Euler**.

---

(2)
(i) Bewijs een stel **nodige en voldoende voorwaarden** voor Taylorontwikkeling over $I := ]-a, a[$.
(ii) Bewijs een stel **praktische voldoende voorwaarden**
(iii) Pas toe op **ontwikkeling van sinus** en van
(iv) **exponentiële**.

## Analyse II — 16 september 1999

*Het examen is mondeling, na een schriftelijke voorbereiding. Het is bijgevolg niet nodig dat alles netjes uitgeschreven op uw blad staat; mondelinge toelichting is even goed.*

*De bewijzen moeten niet langer of explicieter zijn dan in de cursus, en alles wat voorafgaat mag zonder meer gebruikt worden.*

*Bent u klaar met voorbereiden, of kunt u niet starten, kom dan naar Lokaal 27.*

---

1. Bewijs de eigenschappen van een Jacobiaan zonder tekenwisselingen:

(1) behoud of omkering van draaizin
(2) oppervlakte in kromlijnige coördinaten
(3) overal $J \geqslant 0$ of overal $J \leqslant 0$

---

2. Als $f$ ($\mathcal{R}$ of $\mathcal{L}$)–integreerbaar is over $[a, b]$, dan is $f$ ook ($\mathcal{L}$ of $\mathcal{R}$)–integreerbaar, en de integralen zijn gelijk.

# Eerste kandidatuur Wis- en Natuurkunde
# Oefeningen Analyse I
# 10/9/1999

1. Bepaal alle oplossingen van

$$y''(x) + y(x) = D_k(x),$$

waarbij $D_k$ de Dirichlet-kern is, m.a.w.

$$D_k(x) = \frac{1}{\pi}\left(\frac{1}{2} + \sum_{j=1}^{k} \cos jx\right) = \frac{1}{2\pi}\frac{\sin(k+\frac{1}{2})x}{\sin\frac{x}{2}}.$$

*(Kies de meest geschikte vorm van $D_k$ !)*

2. Bereken

$$\int \sin x \ln(\sin x)\, dx, \qquad x \in \,]0,\pi[\,.$$