1ste kandidatuur Informatica – groep 2

Examen Discrete Wiskunde – Theorie

Academiejaar 1998-99 – 2de examenperiode

1. Geef een definitie van het axioma van de goede ordening en leg uit dat als gevolg van dit axioma het inductieprincipe in $\mathbb{N}$ gebruikt mag worden.
2. Bewijs de formule voor het aantal partities van een natuurlijk getal.
3. Bewijs dat voor een willekeurig eindig veld $\mathbb{F}_q$ de additieve groep een elementair abelse groep is en dat de multiplicatieve groep een cyclische groep is. + def
4. Bewijs de stelling van Dirac voor Hamiltoniaanse grafen.

Examen Oefeningen Discrete Wiskunde

8 September 1999

Let op! Vermeld duidelijk je naam op elk oplossingenblad.
Gebruik enkel schrijfgerei (geen rekenmachine, geen cursus).
Let op de bladindeling. Enkel de netbladen afgeven.

1. Zij $X = \{1, 2, 3, \ldots, 2n\}$ en stel dat D een deelverzameling is van X met $n+1$ elementen. Toon aan dat D twee getallen bevat zodanig dat het ene deelbaar is door het andere.

2. Toon aan dat de Möbiusfunctie multiplicatief is, d.w.z. toon aan dat $\mu(mn) = \mu(m)\mu(n)$ wanneer m en n relatief priem zijn.

3. Zoek het aantal manieren om een briefje van honderd te wisselen in munten (50 BF, 20 BF, 5 BF, 1 BF) waarbij je hoogstens 10 1-frankstukken mag gebruiken.

4. Los de volgende recurrente betrekkingen op:

   (a) $a_n = 3a_{n-1} - 4n$;

   (b) $b_n = 3b_{n-1} + 3(2^n)$;

   (c) $c_n = 3c_{n-1} - 4n + 3(2^n)$.

5. De Fibonacci rij wordt gedefinieerd door de recursieve betrekking $f_n = f_{n-1} + f_{n-2}$, met als beginvoorwaarden $f_0 = f_1 = 1$.

   (a) Bewijs dat het Fibonacci getal f_n even is als en slechts als $n = 3k+2$, waarbij $k \in \mathbb{N}$ (hint: beschouw f_{3k}, f_{3k+1} en f_{3k+2}). inductie

   (b) Bewijs dat elk vijfde Fibonacci getal een veelvoud is van 5. f_p = 1 fib getal
   f_q = r^c fib getal

6. Los op: $Z^6 \equiv 29 (\text{mod } 35)$. 5, 7 (chin. restst.)