1ste kandidatuur Informatica – groep 1

Examen Discrete Wiskunde – Theorie

Academiejaar 1999-2000 – 1ste examenperiode

1. Geef de definitie van een wanorde d_n van $\mathbb{N}[1, n]$. Bewijs dat een wanorde recursief kan gedefinieerd worden door $d_n = (n-1)(d_{n-1} + d_{n-2})$, $n > 2$, $d_1 = 0$, $d_2 = 1$.
2. Veronderstel dat p een oneven priemgetal is, bewijs dan dat er een $a \in \mathbb{Z}_p$ bestaat waarvoor $a^2 \equiv -1 \pmod{p}$ dan en slechts dan als $p \equiv 1 \pmod{4}$.
3. Geef een definitie van even en oneven permutatie. Bewijs dat deze definitie onafhankelijk is van de ontbinding in transposities.
4. Geef de definitie van een Hamiltoniaanse graaf. Bewijs de stelling van Dirac opdat een graaf Hamiltoniaans zou zijn.

1ste Kandidatuur Informatica

Academiejaar 1999 – 2000

Examen Oefeningen Discrete Wiskunde

19 juni 2000

Let op! Vermeld duidelijk je naam op elk oplossingenblad. Gebruik enkel schrijfgerei (geen rekenmachine, geen cursus). Enkel de netbladen afgeven.

Oefening 1 (*i*) Op hoeveel manieren kan men 24 mensen aan 4 ronde tafels van 6 personen schikken. Twee plaatsingen aan eenzelfde tafel noemen we gelijk als er een rotatie bestaat die de ene plaatsing afbeeldt op de andere.
(*ii*) Veronderstel nu dat er twaalf mannen en twaalf vrouwen zijn. Hoeveel mogelijke schikkingen zijn er als we elke man tussen twee vrouwen willen zetten?

Oefening 2 Toon aan dat elke verzameling van drie verschillende positieve getallen twee elementen x en y bevat zodanig dat $x^3y - xy^3$ deelbaar is door 10.

Oefening 3 Op een blad papier tekenen we n willekeurige driehoeken zodat elke driehoek een andere driehoek snijdt in precies twee punten. Een punt is nooit bevat in drie driehoeken. Zoek de recurrente betrekking voor het aantal gebieden waarin het blad verdeeld wordt door deze driehoeken, en los deze recurrente betrekking op.

Oefening 4 Toon aan dat het berekenen van $5^{6791} \pmod{391}$ te herleiden valt tot het oplossen van het stelsel

$$\begin{cases} X \equiv 10 \pmod{17} \\ X \equiv 19 \pmod{23} \end{cases}$$

Bereken dan ook $5^{6791} \pmod{391}$.

Oefening 5 Het veld $\mathbb{F}_{16}$ wordt gedefinieerd aan de hand van het irreducibel polynoom $f(t) = t^4 + t + 1$ over $\mathbb{F}_2$. Ontbind in $\mathbb{F}_{16}$ het volgend polynoom in de onbepaalde X:

$$F(X) = X^4 + (t^3 + t^2)X^3 + tX^2 + (t^2 + 1)X + t^3 + t + 1.$$

[Tip: Zoek eenvoudige oplossingen van $F(X) = 0$ om op die manier de graad te verlagen.]