EXAMEN WAARSCHIJNLIJKHEIDSREKENING EN STATISTIEK

academiejaar 1999-2000, 11 februari 2000

OK 1. Geef de definitie van een homogene Markov-keten en van de transitiematrix. Formuleer en bewijs voor dergelijke keten de vergelijking van Markov.

OK 2. Geef de definitie van de correlatiecoëfficiënt van een koppel toevalsveranderlijken (X, Y). Toon aan dat als X en Y onafhankelijk zijn, zij eveneens ongecorreleerd zijn. Toon met een voorbeeld aan dat ongecorreleerde toevalsgrootheden niet noodzakelijk onafhankelijk zijn.

OK 3. Toon aan hoe men op grond van het kleinste-kwadratenprincipe uit een random steekproef $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \ldots, (X_n, Y_n)$, getrokken uit een populatie (X, Y) met bivariate distributie $F_{X,Y}(x, y)$, een schatting bekomt van de regressierechte van Y op X.

4. Men trekt drie kaarten tegelijk uit een pak van 8 kaarten dat de 4 azen en 4 heren uit een normaal kaartspel bevat. Wat is de kans dat er bij deze drie kaarten ten minste 2 azen zijn, als men weet dat bij deze 3 kaarten schoppenaas aanwezig is?

3/2 ok 5. Een broedschuif wordt permanent (dag en nacht) verlicht met een speciaal type lamp. De levensduur van zo'n lamp is een toevalsveranderlijke die exponentieel verdeeld is en die een verwachtingswaarde van 500 u heeft. Wat is bij benadering de kans dat men met 20 dergelijke lampen de broedschuif gedurende één jaar ononderbroken kan verlichten?

1 6. Zij X een absoluut continue toevalsveranderlijke verdeeld met probabiliteitsdichtheidsfunctie

$$f_X(x) = \begin{cases} \lambda(a^2 - x^2) & \text{als } -a \leq x \leq a \\ 0 & \text{overige } x \end{cases}$$

met $\lambda \in R$ en $a \in R$.

OK (a) Bepaal λ in functie van a.

OK (b) Bereken $E[\frac{1}{a+x}]$

0 (c) Uit een populatie waarvan men weet dat ze verdeeld is zoals X maar waarbij de parameter a onbekend is, trekt men een random steekproef $X_1, X_2, \ldots, X_n$. Construeer met de momentenmethode een schatter voor de onbekende parameter a. $\mu_m = m_1$

OK 7. Een urne bevat 16 rode en 48 groene knikkers. Men trekt at random 3 knikkers uit de urne, één per één en met onmiddellijke teruglegging van de getrokken knikker. Zij X het aantal rode knikkers dat men heeft getrokken (0,1,2 of 3). Bepaal de probabiliteitsfunctie $p_X(x)$.

Deze proef wordt 64 keer herhaald waarna de volgende frequentietabel wordt bekomen.

aantal rode	0	1	2	3
f	21	31	12	0

$$\sum_{i=1}^{3} \frac{(N_i - nT_i)^2}{nT_i}$$

Test met betrouwbaarheidsdrempel $\alpha = 0.05$ de hypothese dat deze gegevens overeenstemmen met de theoretische verdeling.

verworpen.

$$\chi^2_{m-1} > \chi^{2\ -1}_{m-1}(1-\alpha)$$