

1. Geef de definitie van :

- (a) Een reële toevalsveranderlijke over een probabiliteitsruimte $(\Omega, \mathcal{F}, \mathcal{P})$;
 (b) De distributiefunctie $F_X(x)$ van een toevalsveranderlijke X

Welke eigenschappen moet een functie $F : \mathbb{R} \rightarrow [0, 1]$ bezitten opdat ze de distributiefunctie van een toevalsgrootheid zou kunnen zijn?

2. Formuleer en bewijs de ongelijkheid van Chebyshev. Pas vervolgens deze ongelijkheid toe om de zwakke wet van de grote aantallen te bewijzen voor een rij X_1, X_2, \dots van onafhankelijke toevalsveranderlijken met begrensde variantie, nl. $\text{Var}[X_i] < c < +\infty$ ($i = 1, 2, \dots$).
3. Geef voor een toevalsvector (X, Y) met gezamenlijke distributiefunctie $F_{X,Y}(x, y)$ de definitie van de regressierechte van Y op X . Bepaal de vergelijking van deze regressierechte in functie van de karakteristieken $E[X], E[Y], \text{Var}[X], \text{Var}[Y]$ en $\text{Corr}[(X, Y)]$.
4. Drie spelers A, B en C werpen ieder een onvervalste dobbelsteen. Een speler is winnaar wanneer hij/zij meer ogen gooit dan de twee andere spelers. Indien twee of drie spelers hetzelfde hoogste aantal ogen gooien is niemand winnaar.
- a) Wat is de kans dat speler A in één speelbeurt winnaar is?
 b) Wat is de kans dat in drie opeenvolgende speelbeurten, elke speler juist 1 keer winnaar is?
5. Er zijn twee urnen A en B. Urne A bevat a witte en b zwarte ballen, urne B bevat c witte en d zwarte ballen. Men trekt achtereenvolgens telkens één bal uit één van de urnen en legt daarna de bal terug in de urne waaruit hij getrokken werd. Is de bal wit, dan wordt de volgende bal uit dezelfde urne getrokken; is de bal zwart, dan wordt de volgende bal uit de andere urne getrokken. Men zegt dat het systeem zich in toestand A (toestand B) bevindt wanneer een bal uit urne A (urne B) is getrokken.
- a) Bepaal de transitie matrix π_1 van de aldus ontstane Markov-keten.
 b) Bepaal de limietmatrix π_∞ .
 c) Wat is in het asymptotisch regime de kans dat het systeem zich in toestand A bevindt?
 d) Wat is eveneens in het asymptotisch regime de kans dat een witte bal wordt getrokken?
6. De toevalsveranderlijke X is exponentieel verdeeld met parameter $\lambda > 0$, i.e.: $X \stackrel{d}{=} E(\lambda)$. Bereken de correlatiecoëfficiënt $\text{Corr}[(X, X^2)]$ van X en X^2 .
7. Een experiment bestaat erin een muntstuk zoveel keer op te gooien tot kop wordt gegooid en te tellen in de hoeveelste worp dit gebeurde. Het experiment wordt 160 keer herhaald en er wordt een frequentietabel gemaakt van het aantal worpen nodig om de eerste keer kop te bekomen:

# worpen	1	2	3	4	5	6	≥ 7
frequentie	72	48	25	8	4	1	2

Test met behulp van deze data de hypothese dat het muntstuk onvervalst is. Gebruik een betrouwbaarheidsdrempel van 5% ($\alpha = 0.05$).