Eerste Kandidatuur Wis- en Natuurkunde
Oefeningen Analyse I deel 1
27 januari 2003

- Schrijf op elk blad uw naam en stamnummer.
- *Veel succes!*

1. Bereken $I = \displaystyle\int \frac{dx}{p^2 + q^2 \sinh^2 ax}$, $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, $p, q \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, $p^2 - q^2 \neq 0$.
   Onderscheid verschillende gevallen naargelang het teken van $p^2 - q^2$.

2. Bespreek de convergentie van de reeks $\displaystyle\sum_{n=25}^{\infty} \left[n^4 \sin^2\left(\frac{an}{2n^3 - 2n^2 + 5}\right)\right]^n$,
   $a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{0\}$

3. (Bonusvraag) Wat is het maximum aantal reële factoren waarin het polynoom $x^8 - 16$ kan ontbonden worden?

Eerste Kandidatuur Wis- en Natuurkunde
Oefeningen Analyse I deel 2
27 januari 2003

- Schrijf elke oefening op een afzonderlijk dubbel blad.
- Schrijf op elk blad uw naam en stamnummer.
- De maple bibliotheek die in de oefeningenlessen gebruikt werd, is niet vereist voor deze vragen. De uitleg over maple commandos is afgedrukt op de ommezijde.
- Geef duidelijk aan welke methodes/formules je gebruikt
- Geef duidelijk aan welke berekeningen je met maple uitvoert.
- Geef niet alleen het maple resultaat, maar ook uw eventuele interpretatie van het resultaat.
- *Veel succes!*

1. Gegeven: $(x+1)y''(x) + 2y'(x) - \dfrac{2}{x+1}y(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x+1}}$
   Construeer de oplossingenverzameling van deze differentiaalvergelijking over een geschikt interval.

2. Gegeven: $f(x) = \begin{cases} -x \cdot e^{-x} & 0 < x \leq \pi. \\ 0 & x = 2 \end{cases}$

   - Geef de sinusreeks geassocieerd met f ten opzichte van $[-\pi, \pi]$
   - Bespreek de convergentie van de gevonden reeks. Maak eventueel een schets ter verduidelijking.

1ste kandidatuur Wiskunde - Natuurkunde

Analyse I

29.I.2003

---

1. (i) Formuleer (geen bewijs) de 'Minimumstelling van Weierstrasss voor een gesloten schijf'.

(ii) Bewijs 'Gedrag op oneindig van complexe veeltermen'.

(iii) Formuleer (geen bewijs) 'Bestaan van complexe machtswortels'.

(iv) Bewijs de 'Hoofdstelling van de Algebra'.

---

2. (i) Definieer 'Lipschitzcontinu over $]\alpha, \beta[$'.

(ii) Definieer 'stuksgewijze Lipschitzcontinu over $[a, b]$'.

(iii) Formuleer (geen bewijs!) de 'Hulpstelling van Riemann'.

(iv) Geef (geen bewijs) twee gedaanten $D_k(x) = \cdots = \ldots$.

(v) Bewijs de 'Singuliere Integraal van Dirichlet'.

---

3. (i) Geef (geen bewijs) het 'Kenmerk van Cauchy' voor rijen.

(ii) Geef (geen bewijs) de 'Grote Convergentieregel van Cauchy' voor reeksen.

(iii) Geef de definitie van 'f is continu over A'.

(iv) Geef de definitie van 'f is gelijkmatig continu over A'.

(v) Geef (geen bewijs) alle oplossingen van de vergelijking $\zeta^n = z_0$ (z_0 een gegeven complex getal).
