

Eerste Bachelor Informatica
Oefeningen Discrete Wiskunde
30 januari 2006

1. Twee voetbalelftallen gaan op één rij staan. Het eerste elftal telt tien spelers in rode truien en een doelman in een groene trui. Het tweede elftal telt 10 spelers in blauwe truien en een doelman in een witte trui. Hoeveel verschillende rijen kunnen de twee elftallen vormen als het niet nodig is dat spelers van een zelfde elftal naast elkaar staan en als de kleur van de trui het enige is wat hen van elkaar onderscheidt?
2. Zij a_n , $n \geq 1$, het aantal rijtjes van n cijfers uit $\{0, 1, 2, \dots, 9\}$ zodanig dat aan volgende voorwaarden is voldaan.
 - Iedere 1 wordt onmiddellijk gevolgd door een 2, een 4 of een 8, deze voorwaarde houdt ook in dat een rij niet kan eindigen op 1
 - Iedere 3 wordt onmiddellijk gevolgd door een 9, deze voorwaarde houdt ook in dat een rij niet kan eindigen op 3

(a) Toon aan dat *(tip: recursie)*

$$\begin{cases} a_1 = 8 \\ a_2 = 68 \\ a_n = 8a_{n-1} + 4a_{n-2}, & n \geq 3 \end{cases}$$

(b) Bepaal de algemene term a_n .

3. Gegeven zijn drie dozen die respectievelijk gevuld zijn met 6 rode, 6 blauwe en zes gele ballen. Op hoeveel manieren kan men 11 ballen uit deze dozen nemen, als uit elke doos minstens 1 bal genomen moet worden? *met bijbeh. functie*
4. Vind alle gehele getallen x waarvoor $2x \equiv 1 \pmod{3}$, $x^4 \equiv 1 \pmod{5}$ en $3x \equiv 1 \pmod{7}$. *Chinese rest*
5. Bewijs dat een willekeurig geheel getal deelbaar is door 11 als en slechts als het getal dat je bekomt door afwisselend, startend van links, de cijfers aftrekt en optelt bij het eerste cijfer, deelbaar is door 11 (merk op dat 0 deelbaar is door 11). Bijvoorbeeld: beschouw 280159, dan is $2 - 8 + 0 - 1 + 5 - 9 = -11$ deelbaar door 11, dus ook 280159.