

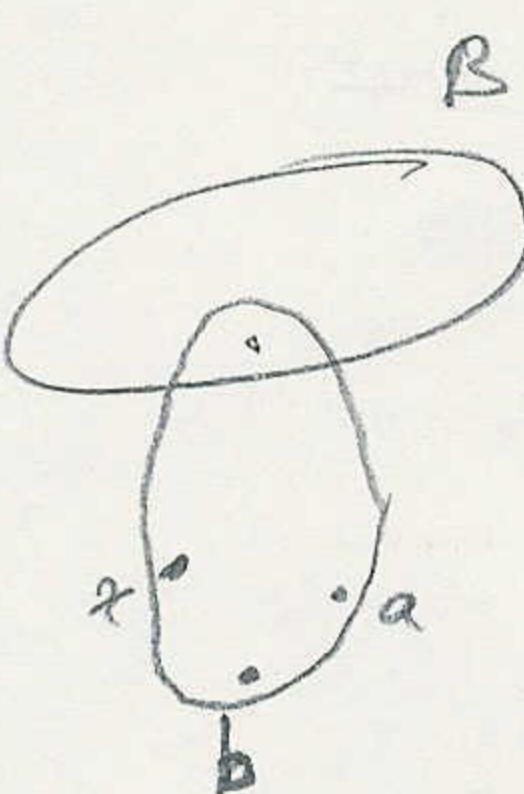
Oefeningexamen codeertheorie

Vraag 1

Beschouw het unieke $4 - (23, 7, 1)$ -design $W_{23} = (P, B, I)$.

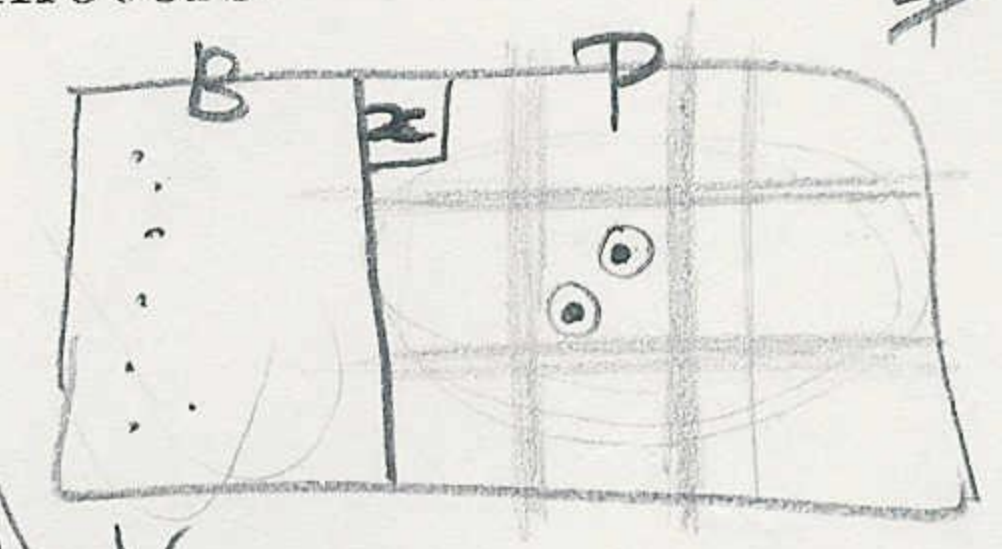
- Tel het aantal blokken van W_{23} . $\frac{C_4^{23}}{C_7^4} = \frac{23 \cdot 22 \cdot 21 \cdot 20}{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4} = 253$
- Tel het aantal blokken door juist 1, 2, respectievelijk 3 verschillende punten van W_{23} . $\frac{23-3}{7-3} = 5$; $\frac{(23-3)(23-2)}{(7-3)(7-2)} = 21$; $\frac{(23-3)(23-2)(23-1)}{(7-3)(7-2)(7-1)} = 77$

• Toon aan dat elke twee blokken van W_{23} snijden. (Hint: werk vanuit een willekeurig maar vast gekozen blok en gebruik de twee voorgaande puntjes.) $4 \cdot C_3^7 - 20 \cdot C_2^7 + 76 \cdot C_1^7 = 252 \Rightarrow \text{ok}$



- Beschouw een vast punt x en een vast blok $B = \{r_1, r_2, \dots, r_7\}$ zodat $x \notin B$. Voor elke keuze van 3 verschillende punten r_i, r_j, r_k uit B vinden we een uniek blok $B_{ijk} = \{x, r_i, r_j, r_k, a, b, c\}$ dat deze drie punten en x bevat. Elke keuze van 3 verschillende punten r_i, r_j, r_k uit B bepaalt dus op unieke wijze een drietal punten $\{a, b, c\}$ uit $P \setminus \{x, r_1, r_2, \dots, r_7\}$. Beschouw nu de incidentiestructuur \mathcal{M} met als puntenverzameling $P \setminus \{x, r_1, r_2, \dots, r_7\}$ en met als blokken de drietallen $\{a, b, c\}$ zoals hoger gedefinieerd. Toon aan dat \mathcal{M} een design is en bepaal de parameters van dit design.

$2 - (15, 3, 1)$



Vraag 2

Beschouw $GF(4)$ bepaald door het primitief polynoom $x^2 + x + 1 = 0$.

- Bepaal een pariteit controle matrix voor de code $Ham(2, 4)$.
- Decodeer $\bar{y} = (1 + x, x, 1 + x, x, 1)$ in de code $Ham(2, 4)$ bepaald door de in het vorig puntje opgestelde pariteit controle matrix.
- Bepaal nu in deze code alle codewoorden van de vorm (w, w, u, w, v) , $u, v, w \in GF(4)$.

$u = -v$

$u + v = 0$

$w + wx + vx = 0$

$w(x+1) + w(x)(x+1) = v$

$v = wx$

$(u, v, w) = (t, tx, t)$

$(u, v, w) = (wx, wx, w)$

(t, tx, t)

$\Rightarrow (w, w, wx, w, wx)$

$\binom{23}{1}, \binom{23}{2}, \binom{23}{3}$

$|P| =$
 \rightarrow er zijn C_3^7 blokken
 $= 35$ drietallen
 te met 15 ptn

$35 \times \frac{(15)}{(3)}$

$35 \left| \frac{(15)(14)}{(3)(2)} = 1 \right.$

en quot = 1
 (want 3 ptn)