

1ste Ba Fysica & Sterrekunde
07.IX.06
Wiskundige Analyse IIa, oefeningen
(= 40% van de punten)

- (i) *Schrijf elke vraag op een apart blad.*
- (ii) *Becommentarieer uw werkwijze.*
- (iii) *Het gebruik van een rekenmachine is niet toegelaten.*

Veel succes gewenst!

Vraag 1.

- (1) Bereken alle snijpunten van de kromme $L \leftrightarrow x^2 - y^2 = \frac{1}{8}(x^2 + y^2)^2$ en de hyperbool $H \leftrightarrow x^2 - y^2 = 2$.
- (2) Bereken

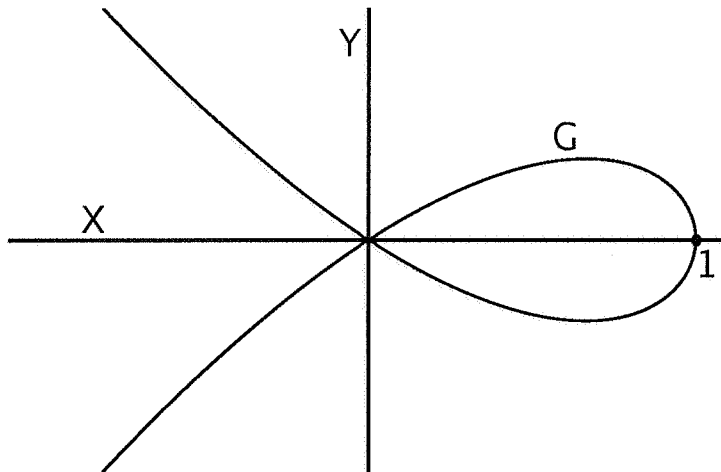
$$\iiint_{\Omega} xy \frac{(x^2 - y^2)^2}{(x^2 + y^2)^3} dx dy dz$$

waarbij Ω het deel van \mathbb{R}^3 is dat voldoet aan

$$x \geq 0, \quad x^2 - y^2 \geq \frac{1}{8}(x^2 + y^2)^2, \quad x^2 - y^2 \geq 2, \quad -\cos(x^2 - y^2) \leq z \leq \cos(x^2 - y^2)$$

Vraag 2.

- (1) Beschouw de kromme $G \leftrightarrow y^2 = x^2 - x^3$ (zie figuur).



- Bereken het volume van het lichaam dat ontstaat door G , beperkt tot het eerste kwadrant, over een hoek 2π te wentelen rond de X -as.
- (2) Beschouw dan de vergelijking $x^2 + y^2 = z^2 - z^3$, met $z \geq 0$. Wat stelt deze vergelijking voor?
- (3) Bereken het volume beschreven door $z \geq 0$ en $x^2 + y^2 \leq z^2 - z^3$.
Aanwijzing: de rechte $y = x$ is de raaklijn aan G in het punt 0.
- (4) Vergelijk uw antwoorden op (1) en (3) en verklaar.

In deze vraag mag u gebruik maken van: $\int_{\sqrt{2}/2}^1 \frac{(2x^2 - 1)^3}{x^9} dx = \frac{1}{8}$.

EINDE VAN DE OEFENINGEN

Tijd tot 16.30