

Examen Kwantummechanica I: 24 augustus 2007

OEFENINGEN

BIJ HET OPLOSSEN VAN HET OEFENINGENGEDEELTE MOGEN ENKEL DE CURSUSNOTA'S EN HET HANDBOEK "QUANTUM MECHANICS" VAN BRANSDEN EN JOACHAIN GEBRUIKT WORDEN.

OEFENING 1 (10 PUNTEN)

Een deeltje beweegt in een potentiaal gegeven door:

$$V(x) = \begin{cases} 0, & -a \leq x \leq a \\ +\infty, & |x| > a. \end{cases}$$

1. Bepaal de energie-eigenwaarden en corresponderende energie-eigenfuncties van deze oneindig hoge potentiaalput.
2. Zijn de energie-eigenfuncties die je hierboven bekomen hebt ook eigenfuncties van de impulsoperator \hat{p}_x ?
3. Bereken de impuls-verdeling die correspondeert met de grondtoestand van de energie-eigenfuncties.
4. Wat gebeurt er met deze impuls-verdeling in de limiet $a \rightarrow \infty$? Is dit een te verwachten resultaat?

OEFENING 2 (10 PUNTEN)

We beschouwen een ééndimensionale harmonische oscillator

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}_x^2}{2m} + \frac{1}{2}kx^2.$$

Introduceer de creatie- en annihilatie-operatoren \hat{a}^\dagger en \hat{a} voor de x -richting

$$\hat{a}^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\left(\frac{m\omega}{\hbar} \right)^{1/2} x - i \frac{\hat{p}_x}{(m\hbar\omega)^{1/2}} \right].$$

1. Bepaal de golffunctie $\psi_\alpha(x)$ die een lineaire combinatie is van de grondtoestand en de eerste aangeslagen toestand. Bovendien moet die golffunctie $\psi_\alpha(x)$ zodanig geconstrueerd worden dat de verwachtingswaarde $\langle x \rangle$ maximaal wordt.
2. Veronderstel dat op $t = 0$ een systeem zich in de hierboven geconstrueerde toestand $\psi_\alpha(x)$ bevindt. Bepaal de toestand van het systeem op een arbitrair tijdstip t .
3. Bepaal voor deze toestand de verwachtingswaarde $\langle x(t) \rangle$ op een arbitrair tijdstip t .
4. Bereken ook de verwachtingswaarde $\langle (\Delta x)^2 \rangle$ op een arbitrair tijdstip t .