Oefeningen-examen Wiskundige Analyse V

dinsdag 29 januari 2008, 9u-12u

1. Een begrensde lineaire operator T op een hilbertruimte H wordt unitair genoemd als $T^* \, T = T \, T^* = \mathbb{I}$ op H.
Waar liggen de eigenwaarden van een unitaire operator?
(4 punten)

2. <u>Geg:</u>
$A \in \mathbb{R}^{n\times n}$: symmetrisch
$< Ax, x > \; = \; (Ax)^T x \; = \; x^T A x \; \geq \; \alpha < x, x > \; = \; \alpha \; \|x\|^2$ met $\alpha > 0$, onafhankelijk van $x \in \mathbb{R}^{n\times 1}$.

<u>Te bew:</u>

A) $\exp\left(- < Ax, x >\right) \in L_1(\mathbb{R}^n)$

B) $\mathcal{F}^-[\exp\left(- < Ax, x >\right)](y) = \dfrac{1}{2^{n/2}\sqrt{\det(A)}} \; \exp\left(-\dfrac{1}{4} < A^{-1}y, y >\right).$

(8 punten)

3. Bereken

A) $x \; Pv\left(\dfrac{1}{x}\right)$

(3 punten)

B) $\dfrac{d}{dx} Pv\left(\dfrac{1}{x}\right).$

(5 punten)