

Lineaire Algebra en Analytische Meetkunde

Eerste Bachelor Wiskunde

Eerste Bachelor Fysica en Sterrenkunde

1 februari 2008

1. (a) Voor elke lineaire afbeelding $f : R^n \rightarrow R^m$ geldt :

$$\dim(\ker f) + \dim(\operatorname{Im} f) = \dots$$

- (b) Beschouw een lineaire afbeelding $g : R^n \rightarrow R^n$. Bewijs dat

$$\ker g = \{\vec{0}\} \iff g \text{ is bijectief}$$

2. Bewijs de stelling van Cayley-Hamilton (de hulpstellingen moeten niet bewezen worden).
3. De loodlijn uit een punt $p_0(\vec{r}_0)$ op een rechte bepaald door het punt $p_1(\vec{r}_1)$ en de richtingsvector \vec{u} . Bepaal de afstand van het punt p_0 tot die rechte op twee manieren in de driedimensionale ruimte.
4. Dubbelpunten van een kwadriek :
- (a) Geef de definitie van een dubbelpunt
 - (b) Een dubbelpunt ligt op de kwadriek (bewijs!)
 - (c) Het raakvlak aan de kwadriek is onbepaald in een dubbelpunt (bewijs!)
 - (d) Geef de standaardvergelijkingen en de coördinaten van het dubbelpunt van **al** de soorten niet-ontaarde singuliere kwadrieken.

Lineaire Algebra en Analytische Meetkunde I
Examen oefeningen
1e bachelor wiskunde / 1e bachelor fysica en sterrenkunde
Academiejaar 2007–2008 — eerste examenperiode

- Schrijf op elk antwoordblad duidelijk je naam en studierichting.
- Er zijn 2 oefeningen, die in gelijk welke volgorde opgelost mogen worden.
- Gelieve de oefeningen en de theorie op aparte bladen in te dienen.

Oefening 1. Beschrijf voor alle reële waarden voor a de oplossingsverzameling van het volgende stelsel met de vier onbekenden x_1, x_2, x_3 en x_4 :

$$\begin{cases} x_1 + (a + 1)x_2 + x_4 & = 3 \\ -x_1 - ax_2 + (a - 1)x_3 & = -2 \\ ax_1 + a^2x_2 + (a - 1)x_3 & = 3a - 1 \end{cases}$$

Oefening 2. Beschouw de kwadriek met als vergelijking:

$$-x^2 + 4xy + 4yz + z^2 + 28x - 10y + 32z - 18 = 0.$$

- a) Ga na of er eindige middelpunten zijn en, indien ja, beschrijf ze (ten opzichte van het **oorspronkelijke coördinatenstelsel**).
- b) Stel expliciete transformatieformules op om deze vergelijking te reduceren, en geef de gereduceerde vorm.
- c) Wat is het type van deze kwadriek?
- d) Bepaal het raakvlak van de kwadriek in het punt $p(9, -3, -5)$, en zoek alle beschrijvende van de kwadriek in dat punt, indien die bestaan. (Beide dienen beschreven te worden ten opzichte van het **oorspronkelijke coördinatenstelsel**).

Veel succes!