Oefeningenexamen Lineaire Algebra en Analytische Meetkunde II

1ste Bachelor Wiskunde

Eerste examenperiode 2007-2008

1. Beschouw in $\mathrm{AG}(5,q)$ een 3-dimensionale affiene ruimte U en een affien vlak V die snijden in een rechte. Tel het aantal rechten die met V minstens 1 punt gemeen hebben en zwak parallel zijn aan U.

2. Beschouw in $\mathrm{AG}(3,\mathbb{R})$ een affien referentiesysteem $R = \{o, \vec{e_1}, \vec{e_2}, \vec{e_3}\}$. Stel dat p_1, p_2, p_3, p_4, c en q affiene punten zijn met als coördinaten ten opzichte van R respectievelijk

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3/2 \\ 3/2 \\ 5/4 \end{pmatrix}.$$

   (a) Bereken de barycentrische coördinaten van c en q ten opzichte van (p_1, p_2, p_3, p_4).

   (b) Bepaal $\mu \in \mathbb{R}$ zodanig dat de homothetie met centrum c en verhouding μ het punt q zal afbeelden op een punt in het binnengebied van het viervlak (p_1, p_2, p_3, p_4).

   (c) Voor welke $\mu \in \mathbb{R}$ zal q afgebeeld worden op een punt op de rand van het viervlak (p_1, p_2, p_3, p_4)? Wat zijn de beeldpunten?

3. Beschouw in $\mathrm{AG}(6,5)$ de 2 hypervlakken H_1 en H_2 met

$$H_1 : 2X_1 + X_2 + 3X_3 + 4X_4 + X_6 + 3 = 0, \quad H_2 : X_1 + 4X_2 + 3X_3 + 3X_5 + 2X_6 + 2 = ($$

   (a) Omschrijf de intersectie op oneindig van deze 2 hypervlakken.

   (b) Zij $p = (1,1,0,1,2,3)$ een punt van $\mathrm{AG}(6,5)$. Stel de vergelijking op van het hypervlak H dat zowel p als de deelruimte $H_1 \cap H_2$ bevat.

   (c) Hoeveel punten van $\mathrm{AG}(6,5)$ hadden hetzelfde hypervlak H bepaald? Motiveer je antwoord.

   (d) Laten we H_1, H_2 en H buiten beschouwing, hoeveel hypervlakken blijven dan nog over in de desbetreffende hypervlakkenbundel? Motiveer je antwoord.

4. Beschouw de kwadratische vorm $Q : V(3,K) \longrightarrow K$, met $K = \mathrm{GF}(5)$, gegeven door

$$2Q(v) = 2x_2^2 + 4x_3^2 + 2x_1x_2 + 2x_2x_3$$

met $v = x_1\vec{e_1} + x_2\vec{e_2} + x_3\vec{e_3}$ en $B = \{\vec{e_1}, \vec{e_2}, \vec{e_3}\}$ een basis van V. Reduceer deze kwadratische vorm tot een diagonaalvorm met behulp van een orthogonale matrix C. Bepaal ook de matrix C.

1ste Jaar Bachelor Wiskunde - groep 1

Examen Lineaire Algebra en Analytische Meetkunde II – Theorie

Academiejaar 2007-2008 – 1ste examenperiode

1. Geef een algemene definitie van barycentrische coördinaten van een punt p t.o.v. een geordende verzameling van k affien onafhankelijke punten $B = \{p_1, p_2, \ldots, p_k\}$. Pas dit toe op de barycentrische coördinaten van het zwaartepunt van een driehoek en geef een bespreking naargelang de karakteristiek van het veld K.
2. Geef en bewijs de stelling van Ceva.
3. Bewijs dat een bilineaire vorm reflexief is als en slechts dan als hij symmetrisch of alternerend is.
4. Geef en bewijs de traagheidswet van Sylvester voor de symmetrische bilineaire ruimte $(V(n, \mathbb{R}), f)$.