1ste Ba Fysica-Sterrenkunde — 8.VI.09

Wiskundige Analyse II, theorie (= 60% van de punten)

- *Beantwoord elke vraag op één van de dubbele geruite bladen. Schrijf op elk van die dubbele geruite bladen bovenaan uw naam en het Romeinse cijfer van de vraag. De ongeruite bladen dienen voor het klad en moeten niet ingediend worden, evenmin als het blad met de opgaven.*
- *De bewijzen moeten niet langer of explicieter zijn dan in de cursus, en alles wat er in de cursus aan voorafgaat mag zonder meer gebruikt worden. Staat er in de cursus 'analoog' of 'wegens de stelling van X', dan mag u dat ook zo schrijven.*
- *Vraag toelichting bij vragen die vreemd of onduidelijk overkomen.*

Vraag I.

1. Definieer: *f is afleidbaar in het punt (a, b).*
2. Vul aan (zonder bewijs): *f is afleidbaar in (a, b)* $\iff$ ... (karakterisering met limieten).
3. Vul aan en bewijs: *als de partiële afgeleiden... dan is f afleidbaar in (a, b).*

Vraag II.

1. Zeg wat de notatie $(\partial K)_+$ betekent als K een vlak gebied is.
2. Zeg wat de notatie $(\partial \Sigma)_+$ betekent als Σ een glad oppervlak is.
3. Formuleer en bewijs de Stelling van Stokes. Geef in het bewijs de plaatsen aan waarvoor C^2 nodig is. Maak ook de figuur.

Vraag III.

1. Vul aan (geen bewijs): $\int_0^{+\infty} \frac{\sin x}{x}\, dx = \frac{\pi}{2}$
2. Vul aan: $\Delta_\lambda(x) = \frac{\sin \lambda x}{\pi x}$
3. Vul aan en bewijs: *Als ..., dan is* $\lim_{\lambda \to +\infty} \int_0^1 f \Delta_\lambda = \ldots$.

Vraag IV. Beantwoord met JA of NEEN (niets bijvoegen, enkel JA of NEEN)

1. De positieve omloopzin voor gesloten ruimtekrommen is de 'tegenwijzerzin'.
2. Elke nulverzameling van $\mathbb{R}^2$ is een begrensde deelverzameling van $\mathbb{R}^2$.
3. Een functie met gradiënt nul in een open gebied is constant in dat gebied.
4. Elke gesloten deelverzameling van $\mathbb{R}^2$ kan bedekt worden door een eindig aantal open deelverzamelingen van $\mathbb{R}^2$.

________EINDE VAN DE THEORIE________

Tijd tot 11.00. Oefeningen om 14.00:
in A3 (voor wie theorie in A3 had), in Emmy Noether (voor wie theorie in A0 had).

1ste Ba Fysica en Sterrekunde
08.VI.09
Wiskundige Analyse II a, oefeningen
(oefeningen = 40% van de punten)

(i) *Schrijf elke vraag op een apart blad.*
(ii) *Becommentarieer uw werkwijze.*
(iii) *Het gebruik van een rekenmachine is niet toegelaten.*

Veel succes gewenst!

Vraag 1.

(1) Bereken het volume van het omwentelingslichaam dat onstaat door de beeldlijn van $\ln x$, beperkt tot $[1, e]$, over een hoek 2π rond de x-as te wentelen.
(2) Bereken het volume van het lichaam begrensd door $z = e^{\sqrt{x^2+y^2}}$ en het vlak $z = e$.
(3) Vergelijk de antwoorden in (1) en (2) en verklaar.

Vraag 2. Het gebied $\Omega \subset \mathbb{R}^3$ wordt beschreven door :

$$\begin{cases} (x^2+y^2+z^2)^2 \leq z^2 - x^2 - y^2 \\ z^2 \geq 3(x^2+y^2) \\ z > 0 \end{cases}$$

Bereken, in de meest aangewezen coördinaten, $\iiint_\Omega z \, dxdydz$.

EINDE VAN DE OEFENINGEN

Tijd tot 16.30