

---

# Wetenschappelijk Rekenen

Examen - Derde bachelor informatica

Theorie – 8 juni 2009

---

Naam : .....

---

1. Definieer, formuleer of omschrijf de volgende begrippen :

(i) kubische spline :

(ii) subnormale getallen :

(iii) trapeziumregel :

(iv) orthogonale matrix :

2. Stel dat een gegeven functie  $f(x)$  continu is in  $[a, b]$  en stel dat je de integraal  $\int_a^b f(x) dx$  met een vooraf bepaalde nauwkeurigheid wilt berekenen. Hoe leg je dit aan boord ?

3. Hoe los je een stelsel van  $n$  lineaire vergelijkingen in  $n$  onbekenden op ? Zijn er factoren die de keuze van het algoritme beïnvloeden?

4. (i) Schrijf het Newton-Raphson schema, ter bepaling van de nulpunten van een scalaire vergelijking  $f(x) = 0$ , op. Maak hierbij ook een tekening.

(ii) Hoe luidt dit schema wanneer je stelsels van vergelijkingen oplost ?

(iii) Hoe ziet dit schema er dan uit wanneer je een stelsel van gewone eerste-orde-differentiaalvergelijkingen  $y' = f(t, y)$  oplost met de achterwaartse Euler methode

$$y_{n+1} = y_n + h f(t_{n+1}, y_{n+1}) ?$$

5. Leg uit hoe de machtmethode ervoor zorgt dat je de (in modulus) grootste eigenwaarde van een matrix vindt, vertrekkende van een willekeurige vector  $x_0$ .

6. Leg uit hoe de “method of lines” werkt.

7. Zij  $H_n$  de Hilbert-matrix van orde  $n$ . Wat kun je vertellen over de conditionering van de volgende problemen?

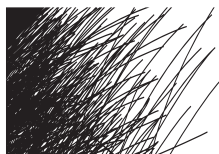
(i) het lineaire stelsel  $H_n x = b$

(ii) het kleinste kwadratenprobleem  $H_n x \cong b$

(iii) het eigenwaardeprobleem  $H_n x = \lambda x$

8. Gegeven een vierkante matrix  $A$  van orde  $n$ . Hoe zou je de determinant van  $A$  berekenen ?

9. Waarvoor staat de uitdrukking DFT ? Waarvoor staat de uitdrukking FFT ? Wat heeft het een met het ander te maken ?



# Wetenschappelijk Rekenen

Examen - Derde bachelor informatica

Oefeningen – 8 juni 2009

1. Stel dat je

$$f(\theta) = \frac{1}{\theta^4} - \frac{2 + \cos \theta}{12 (\cos \theta - 1)^2}$$

nauwkeurig wilt berekenen voor  $\theta \in [0, \pi]$ . Hoe leg je dat in Matlab best aan boord? Wat zijn uw Matlab-resultaten voor  $f(10^{-i})$ ,  $i = 0, \dots, 10$ ?

2. Er zijn verschillende manieren om te komen tot de  $\mathcal{O}(h^4)$ -benadering

$$f'(x) \approx \frac{1}{12h} (f(x-2h) - 8f(x-h) + 8f(x+h) - f(x+2h)).$$

Toon aan dat dit bvb. kan via Richardson-extrapolatie vertrekkend van de gekende benadering

$$f'(x) \approx \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h}.$$

3. Soms gebeurt het dat een functie benaderd wordt door een rationale functie. Zo bvb. kan men  $\exp(x)$  in de buurt van  $x = 0$  benaderen door een functie  $R_3^2(x)$  van graad 2 in de teller en graad 3 in de noemer. Bereken de unieke functie  $\hat{R}_3^2(x)$  waarvoor  $\hat{R}_3^2(x) = \exp(x) + \mathcal{O}(x^6)$ .

4. Beschouw de kwadratuurformule  $Q(f) = w_1 f(x_1) + w_2 f(x_2)$  ter benadering van de integraal  $I(f) = \int_0^\infty e^{-x} f(x) dx$ .

Bepaal de knopen  $x_1$  en  $x_2$  en de gewichten  $w_1$  en  $w_2$  zodat de graad van de kwadratuurformule gemaximaliseerd wordt. Bepaal de fout indien  $f(x) = \cos(x)$ ;

Schrijf uw oplossingen neer op papier.

Plaats de bestanden die u eventueel gemaakt hebt om de vragen op te lossen op Minerva. Dit doet u door

- te surfen naar <http://indiano/>
- in te loggen met uw Minerva-username en -password
- uw bestanden te zippen tot 1 enkel bestand en up te loaden.

Zorg ervoor dat ik uit de naamgeving kan afleiden bij welke vraag elk bestand hoort.

Nog enkele tips :

- schrijf proper : het is de beste manier om te slijmen.
- probeer uw antwoorden bondig en correct te formuleren.
- heb je bij Maple en/of Matlab moeite met (de syntax van) bepaalde commando's, aarzel dan niet dit te vragen.