Examen Analyse 1

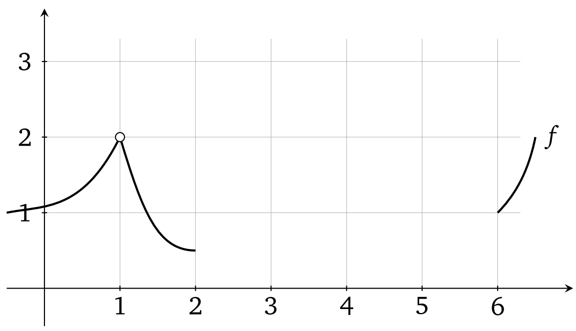
1ste jaar bachelor in de Informatica

Theorie – 23 augustus 2010

Naam:

Schrijf uw naam hierboven en geef uw antwoord op vraag 4 hieronder. Vraag 1, 2 en 3 beantwoordt u op een geruit blad. Vermeld duidelijk het nummer van de (deel)vraag bij elk antwoord. Indien u een (deel)vraag niet beantwoordt, vermeld dan ook duidelijk het nummer van deze (deel)vraag samen met de vermelding "geen antwoord". Schrijf niet met potlood of in het rood of in een onleesbaar kleur (b.v. geel). Geef bij elk antwoord telkens de nodige uitleg en berekeningen zodat duidelijk wordt wat uw redenering is.

1. Formuleer en bewijs de kettingregel voor continuïteit in een punt van $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ functies. Gebruik deze eigenschap om de continuïteit van de exponentiële functie met basis $a \in]0,+\infty[\setminus\{1\}$ in het punt $b \in \mathbb{R}$ af te leiden uit de continuïteit van exp en $H_{\ln(a)}$. Gebruik de kettingregel om af te leiden dat als $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ een functie is die continu is in $a \in E \subseteq \mathrm{def}(f)$, dan is $f\big|_E$ continu in a.
2. Formuleer en bewijs de rekenregel voor afleiding in een punt van het product van twee $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ functies.
3. Formuleer en bewijs de middelwaardestelling voor integralen.
4. Zij f de $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ functie met grafiek:



Vul deze grafiek aan zodanig dat dit de grafiek wordt van een functie g (m.a.w. er moet gelden dat $g\big|_{]-\infty,2[\cup]6,+\infty[\setminus\{1\}} = f$) die voldoet aan al de volgende eigenschappen tegelijk:

(i) g bezit geen limiet in 1 maar wel in 6,

(ii) g is niet afleidbaar in 2,

(iii) $g\big|_{]1,4]}$ is continu,

(iv) g bezit een verticale asymptoot in 4,

(v) g is afleidbaar over $]2,4[\cup]4,6[$ en $(\forall x \in]2,4[\cup]4,6[)(Dg(x) \geqslant 0)$,

(vi) $\int_5^6 g(x)dx \geqslant 1$.

Examen Analyse 1

1ste jaar bachelor in de Informatica

Oefeningen – 23 augustus 2010

Schrijf uw naam bovenaan elk antwoordenblad (geruit blad) waarop u iets geschreven hebt. Schrijf niet met potlood of in het rood of in een onleesbaar kleur (b.v. geel) op de antwoordenbladen. Vermeld duidelijk het nummer van de (deel)vraag bij elk antwoord. Indien u een (deel)vraag niet beantwoordt, vermeld dan ook duidelijk het nummer van deze (deel)vraag samen met de vermelding "geen antwoord". Geef bij elk antwoord telkens de nodige uitleg en berekeningen zodat duidelijk wordt wat uw redenering is.

1. Bepaal de maximale definitieverzameling van de functie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ met waarde in x gegeven door
$$f(x) = \frac{\cos(\ln(x^2 + 2x - 3))}{\operatorname{argch}(x^2)}.$$

2. Gegeven de functie
$$\begin{aligned} f : \,]e, +\infty[\, \setminus \{e^{e^{k\pi}} \mid k \in \mathbb{N}\} &\to \mathbb{R} : \\ x &\mapsto \frac{\operatorname{cotg}(\ln(\ln(x)))}{\sqrt{x - e}}, \quad \forall x \in \,]e, +\infty[\, \setminus \{e^{e^{k\pi}} \mid k \in \mathbb{N}\}. \end{aligned}$$

   (i) Bepaal alle nulpunten van f.

   (ii) Geef een volledig continuïteitsonderzoek van f.

   (iii) Geef een volledig limietonderzoek van f ten opzichte van $(\bar{\mathbb{R}}, d')$.

   (iv) Bepaal alle asymptoten van f.

   (v) Bepaal de afgeleide functie van f.

3. Bereken
$$\int \frac{2x + 1}{(4x + 5)(1 - x)^{\frac{3}{2}}}\, dx$$

4. Gegeven de reeks
$$\sum \frac{10n}{(5n - 2)^{\frac{5}{4}}}$$
Is deze reeks absoluut convergent ? Is deze reeks convergent ? Verklaar uw antwoord.