

Numerieke Analyse 2010–2011. Eerste examenperiode.

OEFENINGEN

1. Zij $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$.

(a) Toon aan dat

$$\|A\|_2 = \max_{\substack{\|x\|_2=1 \\ \|y\|_2=1}} |y^T Ax| \quad (x, y \in \mathbb{R}^n).$$

(b) Leid hieruit af dat

$$\|A^T\|_2 = \|A\|_2.$$

2. Zij $a > 0$. Dan kan $\ln(a)$ iteratief berekend worden door de Newton-Raphson-methode toe te passen op de functie $f(x) = e^x - a$. Bespreek deze methode, en analyseer voor welke startwaarden x_0 de methode convergeert naar $\ln(a)$.

3. Bestaat er een monische vierdegraadsveelterm $p(t)$ waarvoor

$$M = \max_{t \in [-4, 0]} |(t+2)p(t)|$$

minimaal is? Zo ja, bepaal $p(t)$ en geef de waarde van M .

4. Maak gebruik van de techniek der genererende functies om een klasse van meervoudige-stapmethoden af te leiden (zonder bepaling van de restterm of lokale afknottingsfouten) door het integratie-interval $[x, x+k]$ gelijk te kiezen aan $[t_{p-2}, t_{p+1}]$ (zie (8.31)) en de Newton achterwaartse interpolatieveelterm met referentiepunten $t_p, t_{p-1}, \dots, t_{p-q}$ (zie (8.32)) te gebruiken. Geef de formule expliciet voor $q = 2$.