Examen Waarschijnlijkheidsrekening en Statistiek
30 mei 2011

1. Uit een pak van 9 kaarten, die genummerd zijn van 1 t.e.m. 9, wordt at random een trits kaarten getrokken (3 kaarten zonder teruglegging).

   (a) Bereken de kans dat kaart nummer 5 de hoogste kaart in de trits is.

   (b) Wat is de verwachte waarde van de hoogste kaart in de trits?

2. Met Morsecode worden punten en strepen verzonden in de verhouding 3:4. Transmissiefouten maken dat met kans 1/4 een punt als een streep en met kans 1/6 een streep als een punt wordt gelezen. In de veronderstelling van onafhankelijke transmissie van de Morsetekens, wat is de kans dat de letter A (punt-streep) is verzonden wanneer de letter N (streep - punt) wordt gelezen.

3. Een urne bevat 2 rode en 2 zwarte ballen. Een speler trekt at random 2 ballen uit de urne. Hebben de getrokken ballen dezelfde kleur dan worden 2 ballen van de andere kleur in de urne teruggeplaatst. Zijn de getrokken ballen van verschillende kleur, dan worden at random 2 ballen van gelijke kleur in de urne teruggeplaatst. Kenmerk de toestand van de urne door het aantal zwarte ballen in de urne.

   (a) Stel de transitiematrix op van de geassocieerde Markov-keten.

   (b) Bereken de stationaire kansverdeling.

   (c) Wat is het verwachte aantal zwarte ballen in het stationaire regime?

4. Zij X een toevalsveranderlijke die uniform verdeeld is op het interval $[1, 2]$ en $Y = 1/X$.

   (a) Bepaal de kansdichtheid f_Y van Y.

   (b) Bereken $E[Y]$ en $\mathrm{var}(Y)$.

   (c) Bereken $\mathrm{Cov}(X, Y)$.

   → var = 49

5. Het aantal dagen ongewettigde afwezigheid in het laatste jaar Middelbaar Onderwijs is voor jongens gemiddeld 15 dagen met standaardafwijking 7 dagen en voor meisjes 10 dagen met standaardafwijking 6 dagen. Wat is in een aselecte steekproef van 100 jongens en 50 meisjes bij benadering de kans dat de jongens gemiddeld ten hoogste drie dagen meer ongewettigd afwezig zijn dan de meisjes?

6. Zij $X_1, \ldots, X_n$ een aselecte steekproef van omvang n getrokken uit een populatie X met verdeling

$$p_X(k) = \frac{(r+k-1)!}{k!\,(r-1)!} \frac{\beta^k}{(1+\beta)^{r+k}}, \qquad k = 0, 1, \ldots,$$

   met bekende gehele parameter $r \geq 1$ en onbekende parameter $\beta > 0$. Bepaal de maximumkansschatter voor de parameter β.

7. Een autodealer noteert voor 90 verkochte wagens het aantal pannes gedurende de garantieperiode. Deze aantallen zijn in onderstaande tabel gegeven.

Aantal pannes	0	1	2	3	4	5	≥ 6
Frequentie	23	29	20	10	4	4	0

   Test met betrouwbaarheidsdrempel $\alpha = 0.05$ de hypothese dat het aantal pannes Poisson-verdeeld is met parameter $\lambda = 1$.