Examen codeertheorie (10 januari 2012)

Theorie

Hoofdvragen :

- Geef en bewijs de Hamminggrens en de Gilbert-Varshamovgrens.
- Geef het gewichtspolynoom van de Hammingcodes. (Neem het gewichtspolynoom van de duale Hammingcode, pas de stelling van MacWilliams toe, vervorm totdat je aan de ene kant een sommatie over i krijgt van $X^i Y^{n-i}$)

Bijvragen:

- We kennen de ongelijkheid $A_2(n,d) \leq 2\, A_2(n-1,d)$. Bewijs dat $A_q(n,d) \leq q\, A_q(n-1,d)$ geldt.
- Geef 2 van de 4 Plotkingrenzen.
- Geef een voorbeeld van een code waarin aan de Plotkingrens $A_2(2d,d) \leq 4d$ voldaan is.
- Bewijs dat de duale Hammingcode voor alle codewoorden behalve 0 gewicht q^{r-1} heeft.

Examen Codeertheorie 2011-2012
Exam Coding Theory 2011-2012

10 januari 2012
January 10, 2012

Okay, sweetie, I know you think you're explaining yourself, but you're really not.

Penny - *The Big Bang Theory*

An English version of this exam can be found below.

Oefening 1. Zij C een lineaire $[n,k]$-code over $\mathbb{F}_q$. We noemen C i-sterk als voor iedere i posities $p_1,\ldots,p_i$, iedere vector van lengte i even vaak voorkomt als $(c_{p_1},\ldots,c_{p_i})$, met $c = (c_1,\ldots,c_n) \in C$, i.e. de restrictie van een codewoord in C tot deze i posities.

1. Veronderstel dat C i-sterk is. Toon aan dat C ook j-sterk is, voor $j \leq i$.

Zij C een lineaire code zoals hierboven. De sterkte $t(C)$ van C is $\max\{i \mid C \text{ is } i\text{-sterk}\}$.

2. Toon aan dat $t(C) \leq k$.
3. Zij t de maximale waarde waarvoor iedere $(k \times t)$-submatrix van G volle rang heeft, met G een voortbrengende matrix van C. Toon aan dat $t = t(C)$.
4. Zij C een lineaire $[n,k]$-code met sterkte t. Toon aan dat er voor iedere n', met $k \leq n' \leq n$, een $[n',k]$-code met sterkte t bestaat.
5. Bepaal de maximale lengte van een 2-dimensionale lineaire code over $\mathbb{F}_q$, met sterkte 2. Karakteriseer de codes die deze maximale lengte bereiken.

Oefening 2. Beschouw het eindig veld $\mathbb{F}_q = \{\lambda_1 = 0, \lambda_2, \ldots, \lambda_q\}$. De $(q \times q)$-matrix A^μ, $\mu \in \mathbb{F}_q^*$, wordt vastgelegd door $(A^\mu)_{i,j} = \lambda_i + \mu\lambda_j$. Dan is $\{A^{\lambda_2},\ldots,A^{\lambda_q}\}$ een verzameling van $q-1$ MOLS. Je hoeft dit niet te bewijzen aangezien het in de cursus staat. De code C over het alfabet $\mathbb{F}_q$ bestaat uit de rijen van deze matrices.

- Is C een lineaire code? Bepaal de lengte n, de dimensie k of het aantal codewoorden M, en de minimum afstand d van deze code.
- Is $M = A_q(n,d)$? Zo nee, kan je een verzameling vectoren C' vinden zodat $C \cup C'$ een q-aire $(n, A_q(n,d), d)$-code is?