

Theorie-examen Kwantumveldentheorie

23 januari 2014

1. Canonische kwantizatie van het reëel Klein-Gordon veld.

Gegeven:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu\phi)^2 - \frac{1}{2}m^2\phi^2$$
$$\phi(\vec{x}, t) = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^{3/2}} \frac{1}{\sqrt{2\omega(k)}} \left[a(\vec{k})e^{i\vec{k}\cdot\vec{x} - i\omega t} + h.c. \right]$$

Gevraagd:

- Gebruik theorema van Noether voor translaties in ruimte en tijd om de Hamiltoniaan H en de impuls \vec{p} van de theorie af te leiden.
- Diagonaliseer H en \vec{p} en toon aan dat de theorie spin 0 deeltjes beschrijft die aan de Einstein-relatie voldoen. Indien (a) niet lukt:

$$H = \int d^3x \frac{1}{2} \left(\pi^2 + (\vec{\nabla}\phi)^2 + m^2\phi^2 \right)$$

$$\vec{p} = - \int d^3x \pi \vec{\nabla}\phi$$

- Bespreek spontane symmetriebreking in het model met globale $U(1)$ invariantie en Lagrangiaan (ϕ is een scalair veld):

$$\mathcal{L} = \partial_\mu\phi\partial^\mu\phi^* - \mu^2\phi\phi^* - \lambda(\phi\phi^*)^2.$$

Maak de theorie ijk invariant en bespreek het Higgsmechanisme.

Oefeningenexamen

Kwantumveldentheorie 23 januari 2014

Beschouw het proces waarbij een elektron en een positron annihileren in twee fotonen:

$$e^-(p_1) + e^+(p_2) \rightarrow \gamma(k_1) + \gamma(k_2),$$

waarbij tussen haakjes telkens de notatie voor het viermomentum van het deeltje is gegeven.

1. Teken de Feynmandiagrammen.

2. (a) Geef voor één van de Feynmandiagrammen uit vraag 1 de uitdrukking voor $\frac{1}{4} \sum |\mathcal{M}|^2$ in de vorm

$$\frac{1}{4} \sum_{\text{sp. \& pol.}} |\mathcal{M}|^2 = \dots \text{Tr} \{ \dots \}.$$

(b) Werk uit:

$$\text{Tr} \left(\not{p}_2 \gamma^\nu \not{p}_1 \not{p}_1 \gamma_\nu \not{p}_1 \right).$$

3. Toon aan dat de werkzame doorsnede voor dit proces in het c.o.m.-frame gegeven wordt door

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{c.o.m.} = -\frac{\alpha^2}{4Ep} \left(\frac{E^2 + p^2 \cos^2 \theta}{m^2 + p^2 \sin^2 \theta} + \frac{2m^2}{m^2 + p^2 \sin^2 \theta} - \frac{2m^4}{(m^2 + p^2 \sin^2 \theta)^2} \right)$$

met E , p en m respectievelijk de energie, de grootte van het momentum en de massa van het inkomend elektron, θ de verstrooiingshoek die het foton $\gamma(k_1)$ maakt met de botsingsas, en $\alpha = \frac{e^2}{4\pi}$.

Maak hiertoe gebruik van het gegeven dat

$$\frac{1}{4} \sum_{\text{spins}} |\mathcal{M}|^2 = 2e^4 \left[\frac{P \cdot K'}{P \cdot K} + \frac{P \cdot K}{P \cdot K'} + 2m^2 \left(\frac{1}{P \cdot K} - \frac{1}{P \cdot K'} \right) + m^4 \left(\frac{1}{P \cdot K} - \frac{1}{P \cdot K'} \right)^2 \right]$$

voor het proces van Compton verstrooiing

$$e^-(P) + \gamma(K) \rightarrow e^-(P') + \gamma(K').$$