



Wetenschappelijk Rekenen

Examen - Bacheloropleiding informatica

Theorie – 28 mei 2015

Naam :

1. (5 pt) Definieer, formuleer of omschrijf de volgende begrippen :

(i) samengestelde kwadratuur :

(ii) Romberg-integratie :

(iii) subnormale getallen :

(iv) deflatie :

(iv) het (relatief) conditiegetal van een probleem :

2. (2 pt) Geef twee redenen waarom pivotering essentieel is voor een numeriek stabiele implementatie van de Gauss-eliminatie methode.

3. (2 pt) Bespreek verschillende manieren om het kleinste kwadratenprobleem $Ax \approx b$ op te lossen.

4. (2 pt) Zij $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ een basis van \mathbb{R}^n met $Av_j = \lambda_j v_j$. Leg uit hoe, vertrekkend van een vector $x_0 = \sum_{j=1}^n \alpha_j v_j$, de vector $x_k = A^{-k} x_0$ zich zal gedragen.

5. (3 pt) Beschouw het iteratieve schema $x_{k+1} = g(x_k)$. Onder welke voorwaarde kan dit schema convergeren naar een punt α waarvoor $\alpha = g(\alpha)$? Toon dit ook aan. Wat kun je, in geval van convergentie, zeggen over de convergentiesnelheid?

6. (3 pt) Zij $p_{n-1}(t)$ de unieke veelterm van graad hoogstens $n - 1$ die $f(t)$ interpoleert in de punten t_1, t_2, \dots, t_n . De interpolatiefout is van de vorm

$$f(t) - p_{n-1}(t) = C f^{(q)}(\theta)(t - t_1)(t - t_2) \dots (t - t_n).$$

- (i) Welke waarde heeft q ? Waarom?

- (ii) Bekijk het geval waarbij $f(t) = (t - t_1)(t - t_2) \dots (t - t_n)$ om de constante C vast te leggen.

- (iii) We hebben in de theorie gezien dat de interpolatiefunctie weliswaar op verschillende manieren kan geschreven worden (via de monomiale basis, via de Lagrange-vorm, via de Newton-vorm, via orthogonale veeltermen, ...), maar louter theoretisch gezien wordt (na uitwerking) telkens dezelfde unieke uitdrukking bekomen. Wat kun je daar vanuit praktisch oogpunt over zeggen?

7. (2 pt) Bepaal de 4 ontbrekende componenten van de (niet-genormaliseerde) DFT van de vector $(1, 2, 3, 4, 5, 6)^T$. Leg ook uit hoe je dit bekomt.

$$(\dots, -3. + 5.19i, -3. + 1.73i, \dots, \dots, \dots)^T$$

8. (1 pt) Een Householdermatrix $H = I - 2 \frac{vv^T}{v^T v}$ beeldt de vector $(3, 4)$ af op de vector $(4, -3)$. Bepaal de vector v .