

Examen Algoritmen en Datastructuren (Wiskunde) eerste zit 2014-2015

Gereconstrueerd met dank aan Vinanda Pype

February 18, 2017

1 .

1. a. Bewijs dat $\log_2 n! = \Theta(n \log n)$
1. b. Bewijs dat een binaire boom met n bladeren hoogte minstens $\log_2 n$ heeft.
1. c. Noem $C(n)$ het aantal vergelijkingen nodig in een sorteeralgoritme gebaseerd op vergelijkingen. Bewijs dat $C(n) = \Omega(n \log n)$.
2. a. Teken de binaire hoop met impliciete representatie 8, 6, 9, 1, 4, 7, 5, 2 en toon het resultaat, met tussenstappen, van FixHeap hierop.
2. b. Bewijs dat FixHeap een zoekboom opbouwt in lineaire tijd.
3. a. Teken de binaire zoekboom waaraan achtereenvolgens de sleutels 100, 25, 75, 120, 12, 135, 18, 56 worden toegevoegd.
3. b. Toon het resultaat als de sleutel 100 wordt verwijderd uit de zoekboom uit vraag a.
4. a. is de boom bekomen in 3.a een AVL-boom? Motiveer.
4. b. Toon aan dat een AVL-boom met n toppen een diepte $\Theta(\log n)$ heeft. Waarom is dit een belangrijke eigenschap voor AVL-bomen?
5. Een paar vrienden moeten klusjes opknappen. Het ene is al belangrijker dan het andere, in die zin dat het klusje moet geklaard zijn voor aan het andere kan beginnen. We tekenen een pijl van klusje A naar B als A voor B moet gebeuren. Met deze restrictie is het niet altijd mogelijk om alle klusjes in de juiste volgorde af te ronden. Gegeven een aantal klusjes en pijlen die afhankelijkheidsrelaties voorstellen zoals hierboven beschreven, geef een algoritme dat bepaalt of het mogelijk is om de werkjes uit te voeren in de correcte volgorde. I.e. geef een algoritme dat voor een gegeven gerichte graaf vertelt of die een gerichte cykel bevat of niet.
6. Op elk van 100 kaarten staat een geheel getal geschreven. Alle getallen zijn verschillend. De kaarten zijn gerangschikt in een rechthoek met 10 rijen en 10 kolommen. In elke rij zijn de getallen van links naar rechts dalend gesorteerd, en in elke kolom zijn de getallen van boven naar onder dalend gesorteerd. De kaarten liggen met de beschreven zijde naar beneden, zodat de getallen niet zichtbaar zijn. Geef een algoritme dat, gegeven een getal x , bepaalt of x op een van de kaarten geschreven staat, waarbij hoogstens 19 kaarten mogen worden

omgedraaid. Hoeveel omdraaiingen heb je nodig in het slechtste geval?