1ste Ba Wiskunde – 19.8.2015

Analyse II

- *Beantwoord elk van de vragen met een Romeins cijfer op één van de dubbele geruite bladen. Schrijf op elk van die geruite bladen bovenaan uw naam en het Romeinse cijfer van de vraag. De ongeruite bladen dienen voor het klad en moeten niet ingediend worden, evenmin als het blad met de opgave.*
- *De bewijzen moeten niet langer of explicieter zijn dan in de cursus, en alles wat er in de cursus aan voorafgaat mag zonder meer gebruikt worden. Staat er in de cursus 'analoog' of 'wegens de stelling van X', dan mag u dat ook zo schrijven.*
- *Vraag toelichting bij opgaven die vreemd of onduidelijk overkomen.*

Deel A

Vraag I.

1. Definieer 'nulverzameling van $\mathbb{R}^2$'.
2. Zij X en Y nulverzamelingen van $\mathbb{R}^2$. Bewijs dat $X \cup Y$ ook een nulverzameling is.
3. Bewijs dat een gladde kromme in $\mathbb{R}^2$ een nulverzameling is. Maak ook de figuur.

———————— NIEUW DUBBEL BLAD ————————

Vraag II.

1. Definieer (i) gladde kromme; (ii) open gebied; (iii) wervelvrij vectorveld; (iv) eenvoudig gebied.
2. Formuleer en bewijs de 'Eerste hoofdstelling voor lijnintegralen'.
3. Formuleer (geen bewijs) de 'Tweede hoofdstelling voor lijnintegralen'.
4. Formuleer (geen bewijs) de 'stelling van Green'.

———————— NIEUW DUBBEL BLAD ————————

Vraag III.

1. Formuleer (geen bewijs) de 'Convergentie van de Fourierintegraal'.
2. Zij $f(x) = \begin{cases} e^{-x-\frac{1}{x}} & \text{als } x > 0 \\ 0 & \text{als } x \leq 0 \end{cases}$. Bereken

$$\int_{-\infty}^{+\infty} (t \sin t^4 + \widehat{f}(t) + t^2 e^{-t^2})dt + \lim_{\lambda \to +\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin \lambda(t-1)}{t-1} f(t)dt.$$

3. Beantwoord met JA of NEEN (enkel J of N, niets anders):
   continu op compact interval
   (a) Een Lipschitzcontinue functie over $\mathbb{R}$ is gelijkmatig continu over $\mathbb{R}$.
   (b) Zij $\frac{\partial f}{\partial x}$ en $\frac{\partial f}{\partial y}$ continu in de open verzameling $G \subseteq \mathbb{R}^2$, dan is $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$.
   (c) Een gladde functie is ook afleidbaar.

———————— NIEUW DUBBEL BLAD ————————

(vervolgt met DEEL B)

1ste Ba Wiskunde

19.VIII.15

Wiskundige Analyse II oefeningen

(i) *Schrijf* ***naam*** *en* ***richting*** *boven elk blad.*
(ii) *Becommentarieer uw werkwijze.*
(iii) *Het gebruik van een rekenmachine is niet toegelaten.*
(iv) *Een tekening is niet verplicht.*
(v) *Bij parametervoorstellingen: schrijf op hoe u aan uw parametervoorstelling komt. U moet de kenmerkende eigenschappen van een parametervoorstelling niet nagaan.*
(vi) *De oefeningen staan niet in volgorde van moeilijkheid.*

Veel succes gewenst!

K **Vraag 1.**

Zij V het gebied bepaald door de ongelijkheden $x^2+y^2+z^2 \le 1$, $3(x^2+y^2) \le z^2$ en $z \ge 0$. Bereken $\iiint_V z\,dx\,dy\,dz$. $\cancel{\frac{2}{3}\pi}$ $\frac{\sqrt{3}}{6}\pi$

OK **Vraag 2.**

Zij W het gebied bepaald door $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2} \le 1$ en $|z| \le |x|$, waar $a>0$ en $b>0$ zijn. Bereken $\iiint_W |x|\,dx\,dy\,dz$. $\frac{2}{3}\pi a^2$

k **Vraag 3.**

Bereken de oppervlakte van de cilindermantel $x^2+y^2=2y$ binnen de bol $x^2+y^2+z^2=4$. 16π

Vraag 4.

Bepaal de algemene oplossing van de differentiaalvergelijking $x'(t) = Ax(t)$ met

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 \\ 0 & -2 & 16 \\ 0 & -1 & 6 \end{pmatrix}.$$

EINDE VAN DE OEFENINGEN

Tijd tot 18:00