Oefeningenexamen Inleiding tot de Sterrenkunde

29 januari 2016

Gebruik de bijlage achteraan in het boek om de verschillende constanten die je nodig hebt op te zoeken. Veel succes!

Examenoefening 1

Gegeven is de lengte-en breedtegraad van Gent: $\lambda_G = 3°43'$ OL en $\phi_G = 51°3'$ NB. De rechte klimming van de zon bedraagt vandaag: $\alpha_\odot = 20^h45^m45^s$. Tracht met dit gegeven volgende probleempjes op te lossen:

Gevraagd:

1. Sirius met als absolute hemelcoordinaten $\alpha = 6^h45^m45^s$ en $\delta = -16°43'59''$ is het helderste object aan onze nachtelijke hemel. Bereken de uurhoeken van opkomst en ondergang van Sirius. Kan men Sirius vannacht in Gent waarnemen en zoja gedurende welke duur?

2. Gegeven de tijdsvereffening van 29 januari: $E = -12^m59^s$, op welk moment van de dag (uitgedrukt in zonetijd) zal de zon vandaag haar hoogste stand bereiken?

3. In het Gentse staat er een huis bedekt met zonnepanelen op het zuiden gericht. Het dak vertoont een hellingsgraad van $50°$ en is bedekt met 20 m^2 zonnepanelen. Veronderstellende dat de zon een effectieve temperatuur heeft van 5785K, hoe groot is vandaag het opgewekte vermogen dan om 12^h lokale (ware) zonnetijd. Je mag veronderstellen dat slechts 60% van de straling aan de top van de atmosfeer ook het aardoppervlak bereikt en er geen verliezen optreden bij de omzetting van elektromagnetische energie naar elektriciteit.

4. Laten we volledige duisternis definiëren als de periode tussen het einde van de astronomische avondschemering en het begin van de astronomische ochtendschemering (corresponderend met een hoogte $a_\odot = -18°$). Is het in Gent dan mogelijk om dagen te hebben dat er geen volledige duisternis optreedt? Zo ja, maak een schatting van het aantal dagen per jaar dat dit gebeurt.

Examenoefening 2

Deze oefening gaat over het galaxie NGC 7331 (zie Figuur 1). Het centrum van dit galaxie heeft coördinaten rechte klimming $\alpha^{gal} = 22^h 37^m 4.1^s$ en declinatie $\delta^{gal} = 34°24'57.3''$. De lengte van de korte as en lange as zijn respectievelijk gegeven door $a = 11'$ en $b = 4'$.
In dit galaxie wordt een Cepheide waargenomen met een periode $P = 42.6$ dagen en een schijnbare visuele magnitude $m_v^{cep} = 25.4$. Binnen de visuele band geldt er onderstaand verband tussen de periode van een Cepheide (uitgedrukt in dagen) en de absolute visuele magnitude van de Cepheide:

$$M_v^{cep} = -2.76\,[\log\,[P\,(\text{in dagen})] - 1.4] - 5.26$$

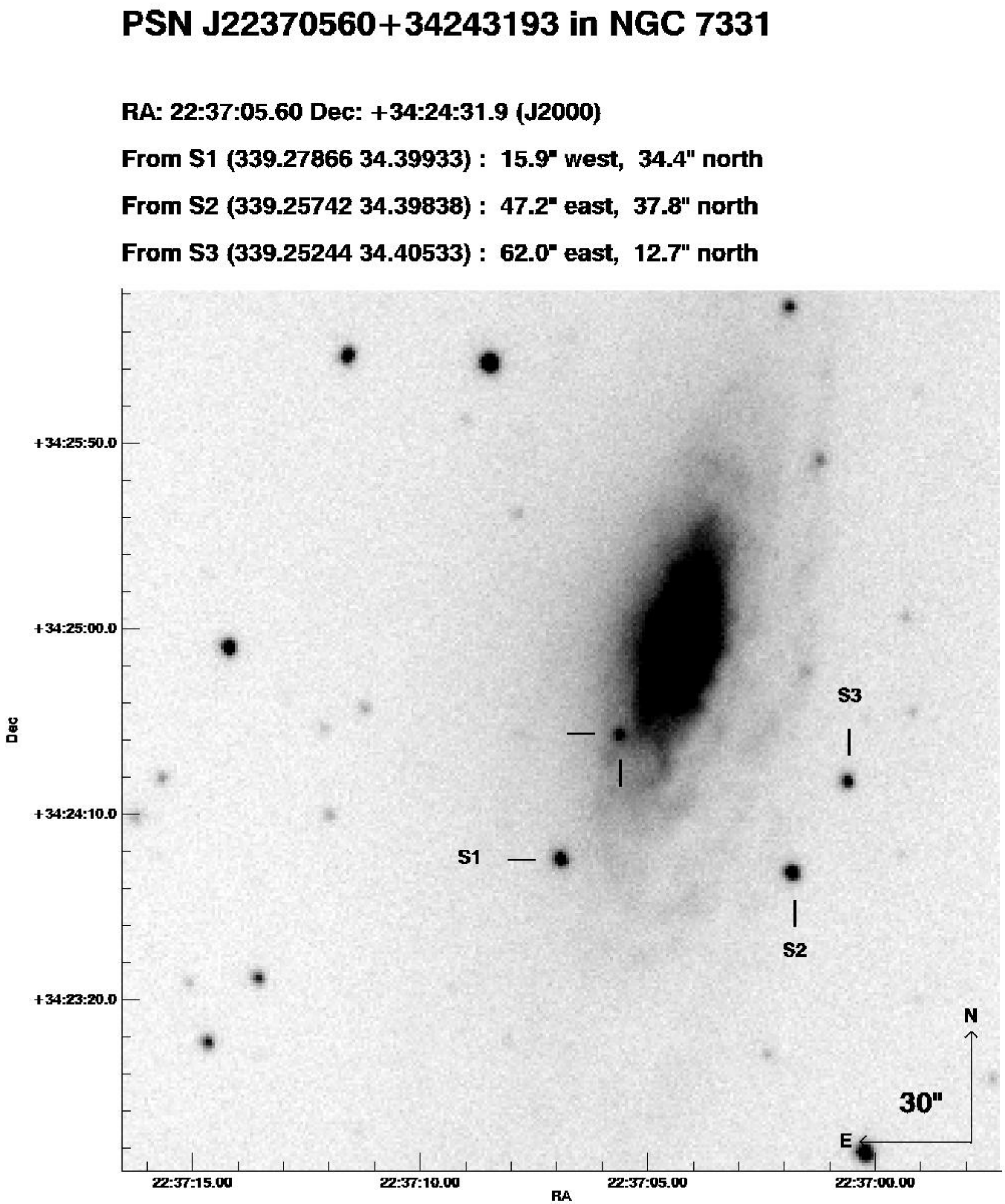
1. Maak een schatting van de inclinatie waaronder dit galaxie wordt waargenomen. Je mag hiervoor veronderstellen dat dit galaxie een cirkelvormige platte schijf is.
   Echter in werkelijkheid gaat het centrale gedeelte van het galaxie (de *bulge*) dikker zijn. Is voorgaande waarde van de inclinatie dan een onderschatting of eerder een overschatting?

2. Rekening houdend met een interstellaire extinctie gelijk aan $A_v = 0.65$ mag, maak een schatting van de afstand tot NGC 7331. Hoe verhoudt de straal van dit galaxie zich tot onze melkweg (diameter van 50 kpc)?

3. Gegeven de schijnbare magnitude $m_v^{gal} = 9.5$ van NGC 7331, bepaal de absolute visuele magnitude van dit sterrenstelsel.

4. Begin januari werd er een supernova (een ster die explodeert en daarbij tijdelijk zeer helder wordt) met schijnbare visuele magnitude $m_v^{sn} \approx 14$ opgemerkt in dit galaxie. Zal deze supernova de totale schijnbare magnitude van het galaxie sterk veranderen? Bereken de verhouding van de ontvangen fluxen van het supernova en het galaxie.

5. Deze supernova heeft als coördinaten: rechte klimming $\alpha^{sn} = 22^h 37^m 5.6^s$ en declinatie $\delta^{sn} = 34°24'31.9''$. Wat moet de minimale diameter zijn van een telescoop om bij een golflengte $\lambda = 2.6$mm deze supernova te kunnen onderscheiden van het centrum van het galaxie?



Figuur 1: Afbeelding van NGC 7331 met daarop aangeduid de recente supernova.

Oefeningenexamen Inleiding tot de Sterrenkunde

29 januari 2016

Examenoefening 1

1. De formule voor het berekenen van een uurhoek bij opkomst en ondergang van een ster is gekend:

   $$\cos(h_{\odot,ond}) = -\tan(\varphi)\tan(\delta_{\odot})$$

   Voor de zon dienen we gebruik te maken van de zonsformule om de opgegeven waarde voor de rechte klimming om te zetten in een declinatie.

   $$\tan(\delta_{\odot}) = -\tan(\epsilon)\sin(\alpha_{\odot}) \quad \text{met } \delta_{\odot} = -18°0'2''$$

   Dit lijkt een logische waarde voor eind januari. Nu vinden we eenvoudig het volgende:

   $$h_{\odot}^{ond} = 4^h25^m12^s$$

   $$h_{\odot}^{op} = 24^h - 4^h25^m12^s = 19^h34^m48^s$$
   $$h_{S}^{ond} = 4^h32^m40^s$$
   $$h_{S}^{op} = 24^h - 4^h32^m40^s = 19^h27^m20^s$$

   Hieruit kunnen we nog niets leren over de volgorde waarin bovenstaande gebeurtenissen plaatsvinden. Daarvoor dienen we naar de lokale sterretijd $\theta_a = \alpha + h$ over te gaan:

   $$\theta_{\odot}^{ond} = 25^h10^m57^s$$

   $$\theta_{\odot}^{op} = 40^h20^m33^s = 16^h20^m33^s$$
   $$\theta_{S}^{ond} = 11^h18^m25^s$$
   $$\theta_{S}^{op} = 26^h13^m5^s = 2^h13^m5^s$$

   We weten (door het verschil in rechte klimming) dat Sirius ongeveer 14u voorloopt op de zon. Hierdoor kunnen we bovenstaande sterretijden herleiden tot de logische volgorde van events. Er blijkt geen overlap te zijn tussen de stand boven de horizon van Sirius en de zon wat betekent dat Sirius heel de tijd zichtbaar is dus gedurende $9^h5^m20^s$.

2. Bovenculminatie van de zon zal plaatshebben op $T_a = 12^h$ lokale schijnbare zonnetijd. Dit kunnen we omzetten naar middelbare zonnetijd via de tijdsvereffening die opgegeven is:

$$T_m = T_a - E = 12^h 12^m 59^s$$

Dit kunnen we nu omzetten naar de middelbare zonnetijd in Greenwich ($T_m^G = UT$) door gebruik te maken van de lengteligging van Gent ($\lambda_g = 3°34' = 14^m 16^s$):

$$UT = T_m - \lambda_G = 11^h 58^m 43^s$$

Om nu de zonetijd in Gent te berekenen (= de tijd aangegeven door een klok in Gent), dienen we te herinneren dat er 1 uur dient bij opgeteld te worden bij UT in de zomer: $12^h 58^m 43^s$.

3. Eerst dienen we de hoogte te berekenen die de zon bereikt bij bovenculminatie: $a_{max} = 90° - \phi_g + \delta_\odot = 90° - 51°3' - 18°0' = 20°57'$. Vervolgens berekenen we de fluxdichtheid op het oppervlak van de zon:

$$F = \sigma T^4 = 5.6705 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4} \cdot (5785K)^4 = 6.35 \cdot 10^7 \frac{W}{m^2}$$

Om nu de fluxdichtheid te berekenen ter hoogte van de aarde, dienen we te vermenigvuldigen met $\left(\frac{R_\odot}{1AU}\right)^2$:

$$F_\oplus = 1374.44 \frac{W}{m^2}$$

Dit is in de buurt van de te verwachten zonneconstante, nu moeten we nog rekening houden met het gegeven dat slechts 40% effectief het aardoppervlak bereikt:

$$F_\oplus^{opp} = 0.6 \cdot 1374.44 \frac{W}{m^2} = 824.66 \frac{W}{m^2}$$

Maken we tot slot een schets dan zien we dat het dak niet loodrecht op de invallende zonnestralen staat (of toch niet op het moment van bovenculminatie) en dus dienen we nogmaals te corrigeren:

$$P = \cos(40° - a_{max}) 824.66 \frac{W}{m^2} = \cos(19°3') 824.66 \frac{W}{m^2} = 779 \frac{W}{m^2}$$

Om het totale vermogen te vinden dienen we dit nog te vermenigvuldigen met de oppervlakte van het dak ($20m^2$), we vinden ongeveer: $15.6kW$.

4. Om dit vraagstukje op te lossen, berekenen we eerst de declinatie die correspondeert met een hoogte van de zon bij onderculminatie van $-18°$. Een figuur leert dat $\delta_\odot = 90° - \phi_g - 18° = 20°57'$. Vervolgens kunnen we de ecliptische lengte λ berekenen die met deze declinatie overeenstemt:

$$\sin\lambda = \frac{\sin\delta}{\sin\epsilon} \quad \text{met } \lambda_1 = 64°0'8'' \quad \text{of } \lambda_2 = 115°59'52''$$

Daar de ecliptische lengte min of meer eenparig wijzigt, laat dit toe om een inschatting te maken van het aantal dagen waarop dit gebeurt $\frac{\lambda_2 - \lambda_1}{360} 365 = 52.7$. We hebben dus ongeveer 52 dagen waarop er geen volledige duisternis is in Gent.

Examenoefening 2

1. Om een schatting te maken van de inclinatie maken we gebruik van volgende formule $\cos(i) = \frac{b}{a}$. Dit levert een inclinatie $i = 68°40'35''$. Doordat in werkelijkheid een galaxie niet plat is, maar een *bulge* vertoont is de gemeten b een overschatting van de werkelijke b_{real} (toch als je min of meer edge-on kijkt). Deze overschatting van de lengte van de korte as levert een onderschatting op van de inclinatie. In werkelijkheid zal je dus enkele graden moeten bijtellen.

2. We gebruiken de opgegeven relatie om de absolute magnitude M_v^{cep} van het cepheide te bepalen:

$$M_v^{cep} = -2.76\,[\log(42.6) - 1.4] - 5.26 = -5.89$$

Gebruik makend van het verband tussen de absolute magnitude en schijnbare magnitude, en rekening houdend met de extinctie, hebben we volgende relatie:

$$m_v^{cep} - M_v^{cep} = 5\log d - 5 + A_v$$

Hieruit berekenen we nu eenvoudig de afstand d tot het galaxie:

$$5\log d = m_v^{cep} - M_v^{cep} + 5 - A_v = 25.4 + 5.89 + 5 - 0.65 = 35.64$$

Dit levert volgend resultaat op voor de afstand d tot het galaxie: $d = 13.4 Mpc$.

We weten dat de waargenomen lange as overeenstemt met de schijnbare diameter ϕ^{gal} van het galaxie.

$$\phi^{gal} = 2\ d\ \tan(5.5') = 42\text{kpc}$$

Dit is eigenlijk zeer gelijkaardig aan die van de melkweg.

3. Laten we nu de absolute visuele magnitude M_v^{gal} van het galaxie berekenen. Het is uitkijken om niet te vergeten rekening te houden met de interstellaire extinctie A_v:

$$M_v^{gal} = m_v^{gal} - 5\log d + 5 - A_v = 9.5 - 5\log(13.4 \cdot 10^6) + 5 - 0.65 = -21.8$$

4. Neen, de magnitudeschaal is logaritmisch en het is duidelijk dat deze supernova dus niet veel zal veranderen aan de totale magnitude van het galaxie.
De verhouding van de fluxen f is gelijk aan:

$$f = 10^{\frac{m^{gal} - m^{SN}}{-2.5}} = 63$$

5. Eerst berekenen we de hoekseparatie κ tussen het centrum van het galaxie en de supernova. We gebruiken hiervoor de formule om de afstand te berekenen:

$$\cos\kappa = \sin\delta^{gal}\sin\delta^{sn} + \cos\delta^{gal}\cos\delta^{sn}\cos\left(\alpha^{gal} - \alpha^{sn}\right)$$

Laat ons eerst het verschil in rechte klimming omzetten in hoekmaat:

$$\alpha^{gal} - \alpha^{sn} = 1.5^s = 22.5''$$

Dit invullen levert uiteindelijk volgende formule op:

$$\cos\kappa = \sin(34^\circ 24' 57.3'')\sin(34^\circ 24' 31.9'') + \cos(34^\circ 24' 57.3'')\cos(34^\circ 24' 31.9'')\cos(22.5'')$$

Correct uitrekenen levert uiteindelijk: $\kappa = 31.5''$.
Laat ons hiermee nu aan de slag om te kijken wat de minimale diameter D_{min} moet zijn van een telescoop om bij $\lambda = 2.6mm$ dit supernova te kunnen onderscheiden:

$$\alpha \approx 1.22\frac{\lambda}{D_{min}} = 1.527 \cdot 10^{-4}$$

Dit levert uiteindelijk volgende minimale diameter op (realistische waarde trouwens voor dit type van telescoop): $D_{min} = 20.77m$.